

Први колоквијум из Биоматематике, 14.04.2018.

Теорија:

1. (4 поена) Нека су дати скупови $A = \{2, a, b\}$ и $B = \{b, 1, 3\}$. Одредити Декартове производе $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по један пример функције:

(а) $f: A \rightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \rightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \rightarrow A$ која је '1 - 1' и 'на'.

Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји, образложити одговор !

2. (3 поена) Дефинисати појам лимеса (граничне вредности) низа. Доказати да конвергентни низ има тачно једну граничну вредност. Навести основну разлику између лимеса и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 5 различитих тачака нагомилавања.

3. (3 поена) Дефинисати појам уметнутих сегмената, формулисати и доказати њихово основно својство.

Задаци:

1. (4 поена) Методом математичке индукције доказати да за сваки природан број n важи једнакост $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$.

2. (4 поена) Доказати да је низ са општим чланом $b_n = \frac{\sin(3^n \cdot \ln(2n+1) + n^3 + 4)}{n^2}$ конвергентан и одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.

3. (4 поена) Испитати конвергенцију реда са позитивним члановима $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n^2}$.

4. (3 поена) Израчунати граничне вредности:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x - 4}{-2x^2 - 7x + 8}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{3x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 6x})$