Наредна два задатка бу. урадићемо на конкретним правама, ради лакшег презентовања. Наравно, прича важи и у општем случају, нпр. у 7.5.а) сваке две паралелне праве можемо афиним пресликавањем пресликати на баш оне две ~~за~~ паралелне праве за које ћемо спроводити рачун.

7.5. а) Нека су те две паралелне праве:

$$p:\begin{cases} x=0\\ y=0\\ z=t \end{cases},\ t\in\mathbb{R} \qquad \text{и} \qquad q:\begin{cases} x=0\\ y=1\\ z=s \end{cases},\ s\in\mathbb{R}$$

$M(x,y,z)$

$P(0,0,0)\in p$

$$\overrightarrow{PM}\times\vec{v}_p=\begin{vmatrix} i & j & k\\ x & y & z\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=(y,-x,0)$$

$Q(0,1,0)\in q$

$$\overrightarrow{QM}\times\vec{v}_q=\begin{vmatrix} i & j & k\\ x & y-1 & z\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=(y-1,-x,0)$$

$$d(M,p)=d(M,q)$$

$$\frac{\|\overrightarrow{PM}\times\vec{v}_p\|}{\|\vec{v}_p\|}=\frac{\|\overrightarrow{QM}\times\vec{v}_q\|}{\|\vec{v}_q\|}$$

$$\|(y,-x,0)\|=\|(y-1,-x,0)\|$$

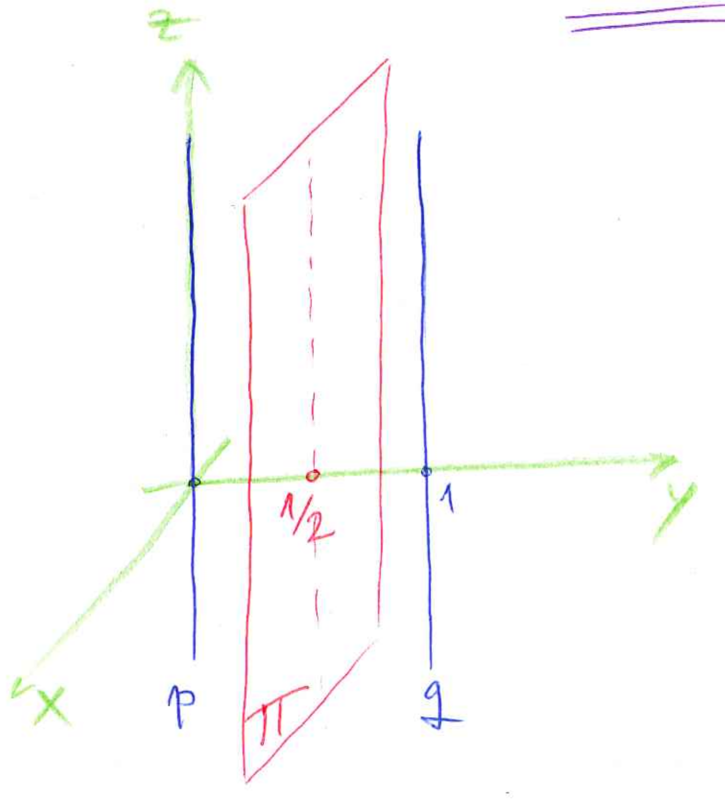
$$\sqrt{y^2+x^2}=\sqrt{(y-1)^2+(-x)^2}\ /^2$$

$$y^2+x^2=(y-1)^2+x^2$$

$$0=-2y+1$$

$$\Pi:\ 2y-1=0$$

једначина равни (симетрална раван)



7.5. б) Нека су p и g две праве које се секу

$$p: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases} \qquad g: \begin{cases} x = 0 \\ y = s \\ z = 0, \quad s \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \leftarrow \text{баш коорд. осе}$$

$M(x, y, z)$, $P(0,0,0) \in p, g$

$$\vec{PM} \times \vec{v}_p = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0, z, -y)$$

$$\vec{PM} \times \vec{v}_g = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-z, 0, x)$$

$$d(M, p) = d(M, g)$$

$$\|\vec{PM} \times \vec{v}_p\| = \|\vec{PM} \times \vec{v}_g\|$$

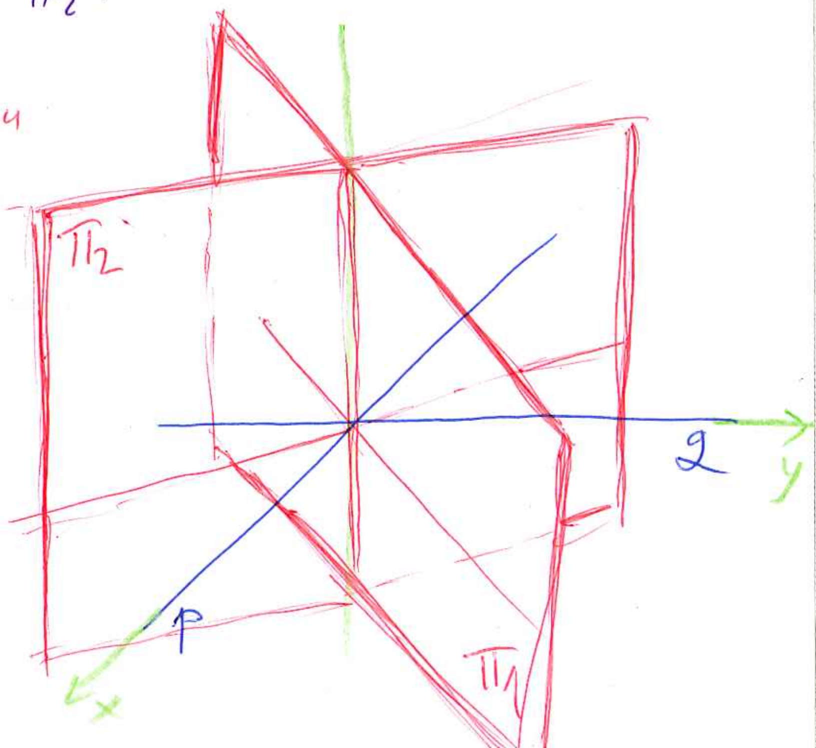
$$\sqrt{z^2 + (-y)^2} = \sqrt{(-z)^2 + x^2} \quad /^2$$

$$\cancel{z^2} + y^2 = \cancel{z^2} + x^2$$

$$x^2 - y^2 = 0$$

$$(x - y)(x + y) = 0$$

$$\underbrace{\Pi_1: \underset{\text{јед. равни}}{x - y = 0} \quad \vee \quad \underset{\text{јед. равни}}{x + y = 0} \; :\Pi_2}_{\text{симетралне равни}}$$



7.5.

в) $\alpha: \; z = 0$

$\beta: \; z - 1 = 0$, $M(x, y, z)$

$$d(M, \alpha) = d(M, \beta)$$

$$\frac{|0\cdot x + 0\cdot y + 1\cdot z|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}} = \frac{|0\cdot x + 0\cdot y + 1\cdot z - 1|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}}$$

$$|z| = |z-1|$$

1° $z \leq 0$

$-\cancel{z} = -\cancel{z} + 1$

$0 = 1$ ↯

2° $z \in (0,1)$

$z = 1 - z$

$\pi: \; z = 1/2$

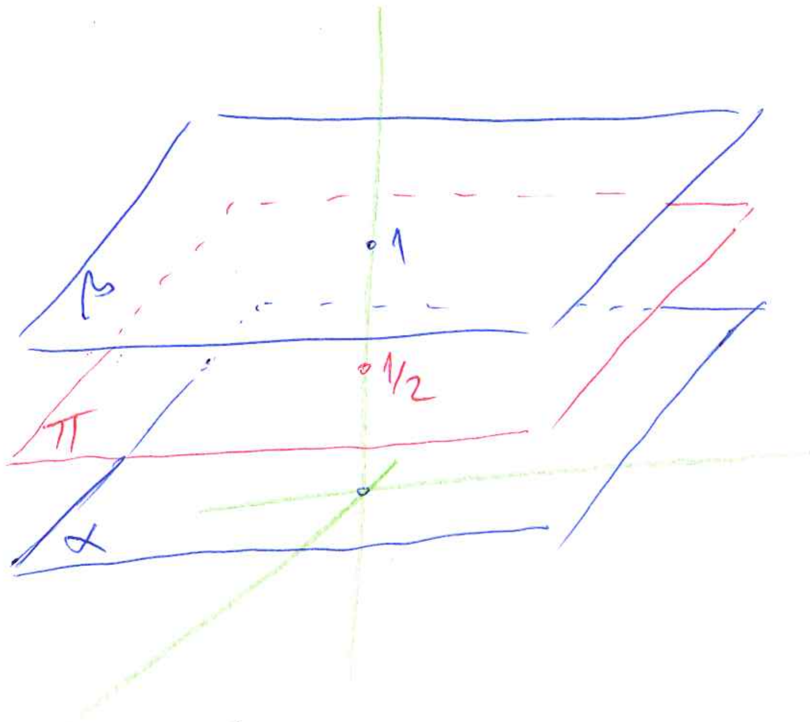
↑

једначина равни

3° $z \geq 0$

$\cancel{z} = \cancel{z} - 1$

$0 = -1$ ↯



7.5. i) $\alpha: X = 0$

$\beta: Y = 0$

$M(x, y, z)$

$$d(M, \alpha) = d(M, \beta)$$

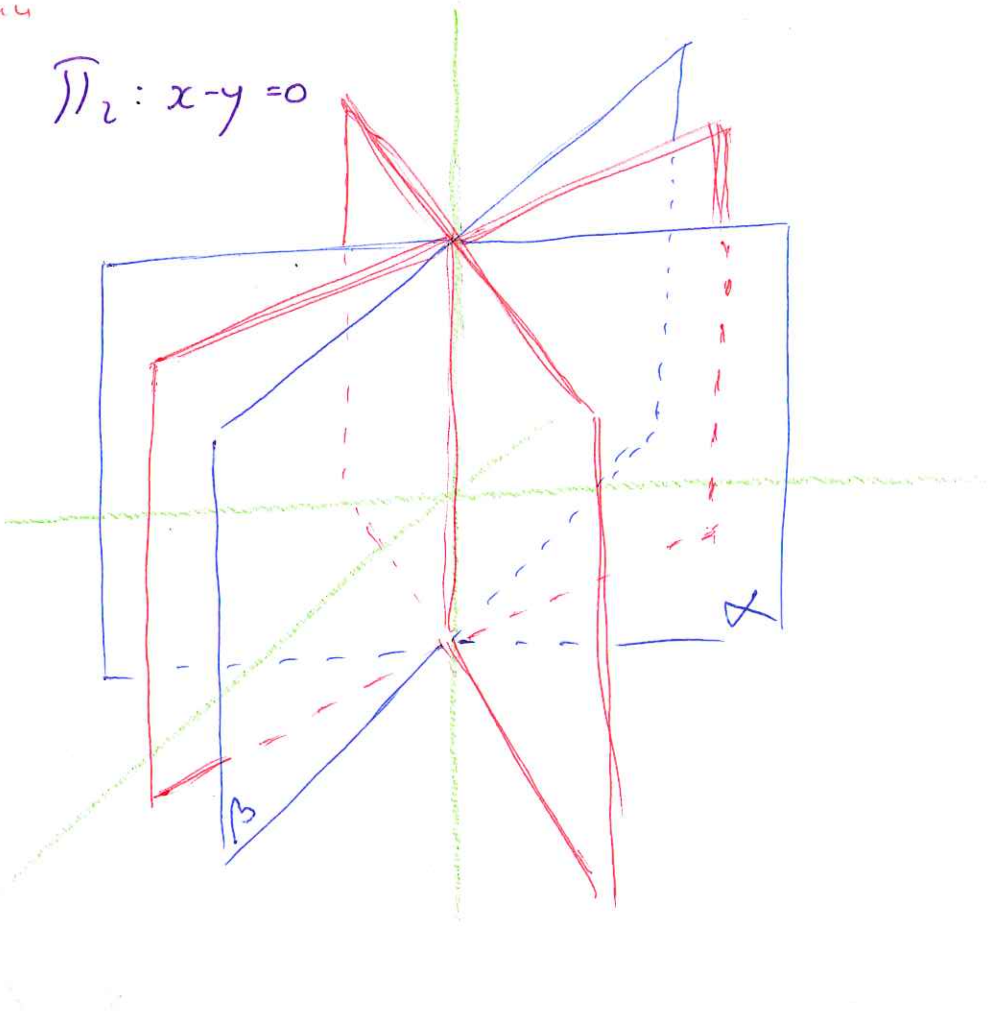
$$\frac{|1\cdot x + 0\cdot y + 0\cdot z|}{\sqrt{1^2+0^2+0^2}} = \frac{|0\cdot x + 1\cdot y + 0\cdot z|}{\sqrt{0^2+1^2+0^2}}$$

$$|x| = |y|$$

1° $x = -y$ 2° $x = y$

jeq. ravni

$\Pi_1: x+y=0$ $\Pi_2: x-y=0$



7.6. a)

Нека су тачке $A(0,0,0)$ и $B(0,1,0)$.

$M(x,y,z)$

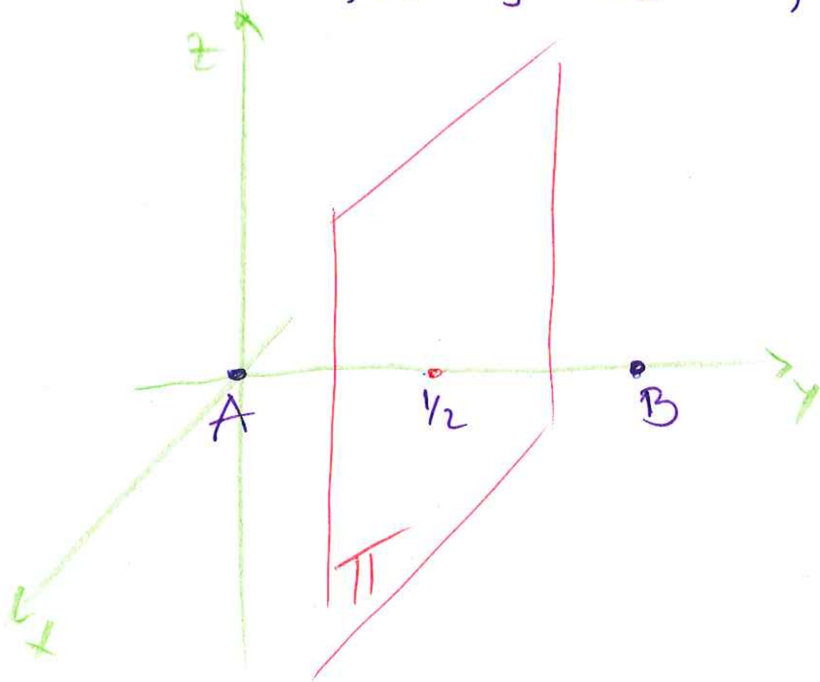
$$d(A,M) = d(B,M)$$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2+(z-0)^2} = \sqrt{(x-0)^2+(y-1)^2+(z-0)^2} \quad /^2$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+\cancel{z^2} = \cancel{x^2}+(\cancel{y}-1)^2+\cancel{z^2}$$

$$0 = -2y+1$$

$$\Pi:\ y = 1/2 \quad \text{раван}$$



7.6. б) $A(0,0,0)$

$$p: \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad , P(0,1,0) \in p$$

$M(x,y,z)$

$$d(M,A) = d(M,p)$$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2+(z-0)^2} = \frac{\| \overrightarrow{PM} \times \vec{v}_p \|}{\| \vec{v}_p \|}$$

$$\overrightarrow{PM} \times \vec{v}_p = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y-1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (y-1, -x, 0)$$

$$\sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{(y-1)^2+(-x)^2} \quad /^2$$

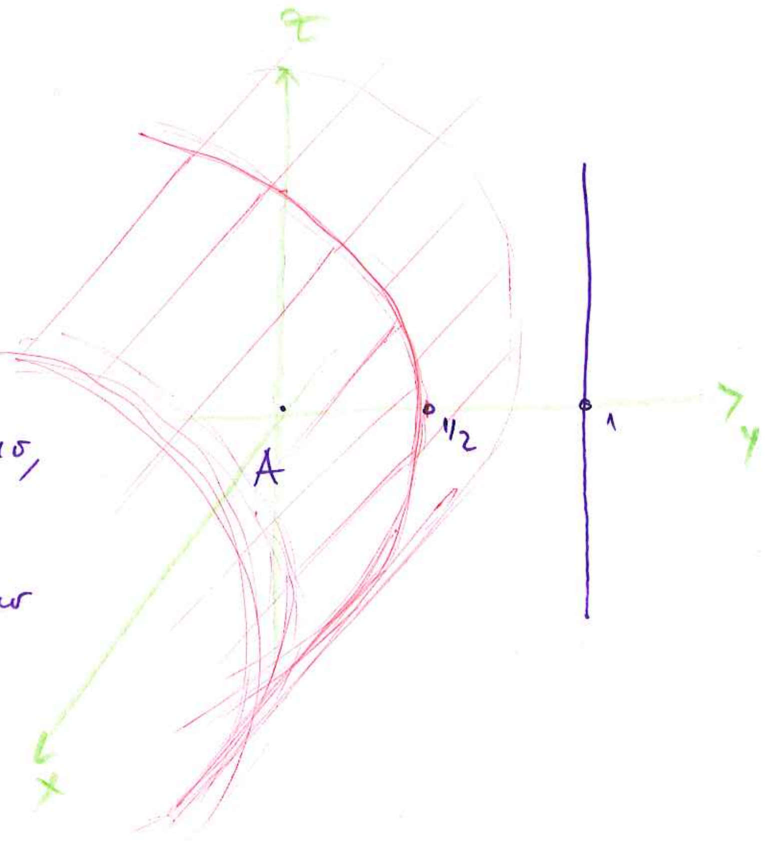
$$\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+z^2 = \cancel{y^2}-2y+1+\cancel{x^2}$$

$$z^2+2y-1 = 0$$

цилиндар над параболом $y = (1-z^2)/2$

у Oyz равни.

(x може бити произвољно, прво скицирамо ту параболу, а она издужимо дуж x-осе)



7.6. в) $A(0,0,1)$

$\alpha: \quad z=0$

$M(x,y,z)$

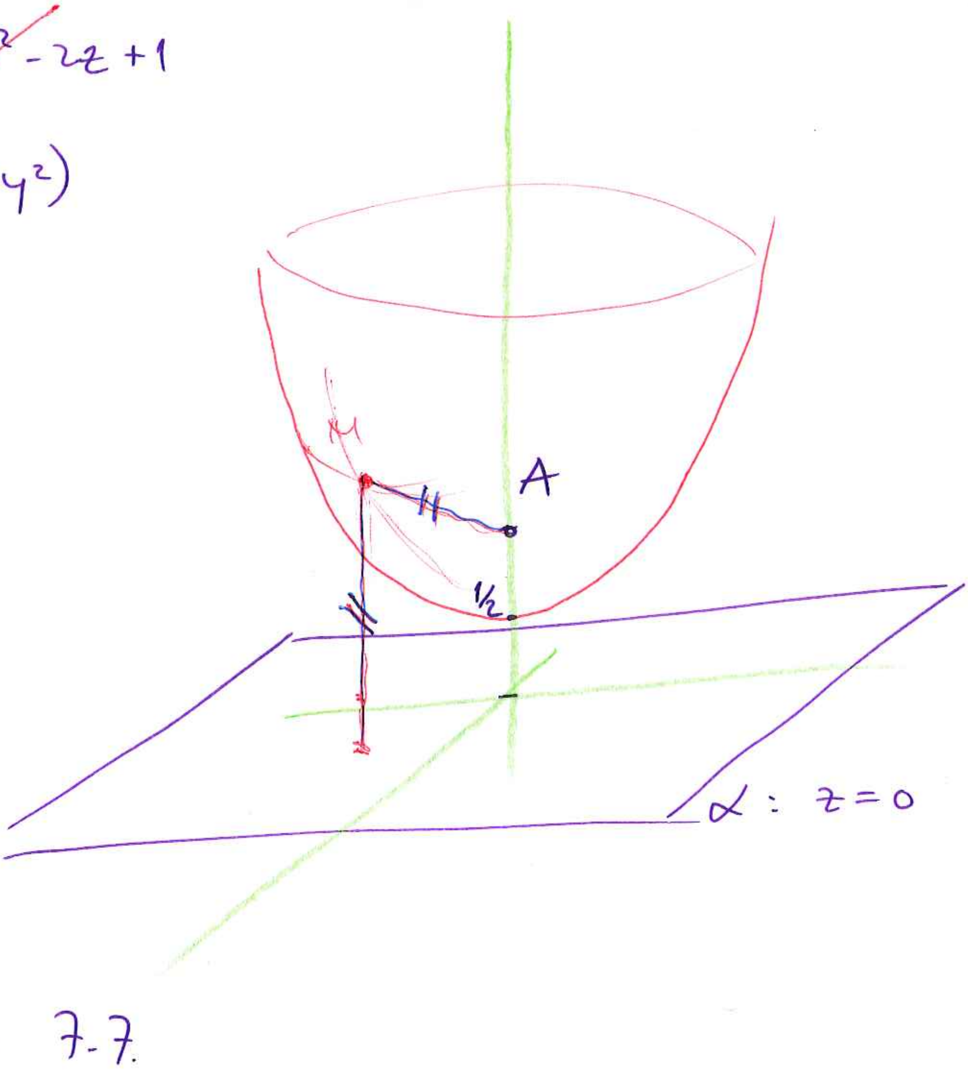
$d(M,\alpha)=d(M,A)$

$$\frac{|0\cdot x+0\cdot y+1\cdot z|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2+(z-1)^2}$$

$$|z|=\sqrt{x^2+y^2+(z-1)^2} \quad /^2$$

$$\cancel{z^2}=x^2+y^2+\cancel{z^2}-2z+1$$

$P \quad z-1/2=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$



г) погледати 7.7.

7.7.

$$p: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad g: \begin{cases} x = a \\ z = 0 \end{cases}$$

$p: \{(0,0,t) \mid t \in \mathbb{R}\} \rightarrow \vec{v}_p = (0,0,1), \ P(0,0,0) \in p$

$g: \{(a,s,0) \mid s \in \mathbb{R}\} \rightarrow \vec{v}_g = (0,1,0), \ Q(a,0,0) \in g$

$$d(M,p) = d(M,g)$$

$$\frac{\|\vec{MP} \times \vec{v}_p\|}{\|\vec{v}_p\|} = \frac{\|\vec{MQ} \times \vec{v}_g\|}{\|\vec{v}_g\|}$$

$\vec{MP} \times \vec{v}_p = (y, -x, 0)$

$\vec{MQ} \times \vec{v}_g = (-z, 0, x-a)$

$$y^2 + x^2 = (x-a)^2 + z^2$$

$$y^2 - z^2 = -2ax + a^2$$

$$\frac{z^2 - y^2}{2a} = x - \frac{a}{2} \leftarrow$$ ~~ел~~ хиперболички параболоид ("седло")

(када фиксирате y или z координату (тј. пресечемо површ равнима $z = z_0$, $y = y_0$) добијамо параболе, а када фиксирамо x координату, добијамо хиперболу)