

Odabrana poglavlja geometrije A – pismeni ispit

Odabrana poglavlja geometrije A – primer 1

1. Ispitati transformaciju $x' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1, y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y - 1$.
2. U proširenoj afinoj ravni dat je krug $k : (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 = 1$. Odrediti bar jedno projektivno preslikavanje ravni kojom se ovaj krug slika u hiperbolu sa asimptotama $x_1 = x_2, x_1 = -x_2$.
3. Data je transformacija ravni $f(z) = (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})z + 4i$. Pokazati da je u pitanju izometrija, odrediti njen tip i osnovne komponente.
4. Neka je z kompleksna koordinata h -tačke M . Odrediti jednačinu h -simetrane l h -duži OM ako je $z = \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}$. Odrediti formule h -refleksije S_l u odnosu na pravu l i dokazati da je $S_l(M) = 0$.

Odabrana poglavlja geometrije A – primer 2

1. Ispitati transformaciju $x' = -3x + 4y - 4, y' = 4x + 3y - 8$.
2. U proširenoj afinoj ravni dato je preslikavanje formulama $\lambda x'_1 = -2x_1 - x_2 - x_3, \lambda x'_2 = x_1 + x_3, \lambda x'_3 = 3x_1 + 3x_2 + 2x_3$. Odrediti bar jedan krug koji se ovom transformacijom slika u parabolu. (Ili- Odrediti invarijantne tačke/prave tog preslikavanja -ili Kako glase formule ovog preslikavanja u afnim koordinatama? ili Koji je euklidski tip slike kruga $k : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$ pri ovoj transformaciji?)
3. Korišćenjem kompleksnih koordinata naći slike tačaka $(-\sqrt{3}, 1)$ i $(2, 4)$ pri inverziji u odnosu na krug $(x_1 - 2)^2 + (x_2 + 1)^2 = 5$.
4. Odrediti jednačinu h -prave koja sadrži tačku $A(\frac{1}{3} + i\frac{2}{3})$ i normalna je na h -pravoju $l : x_2 = \frac{1}{2}x_1$.

Odabrana poglavlja geometrije A – primer 3

1. Dokazati da je transformacija izometrija i odrediti osnovne komponente $x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + 4, y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y$.
2. Odrediti formule transvekcije ravni \mathbb{A}^2 kojom se tačke $(1, -1), (2, 3)$ redom slikaju u tačke $(2, 0), (4, 5)$.
3. Odrediti formule Mebijusove transformacije koja slika $2i, \infty, 3$ redom u $\infty, 1, i$.
4. Date su dve hiperparalelne h -prave l_1 i l_2 . Odrediti jednačinu njihove h -normale ako su centri \tilde{l}_1 i \tilde{l}_2 su $C_1(\frac{1}{2} - i\frac{3}{2})$ i $C_2(\frac{1}{2} + i)$.

Odabrana poglavlja geometrije A – primer 4

1. Odrediti formule homotetija koje slikaju $k_1 : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ na $k_2 : (x + 9)^2 + (y - 4)^2 = 16$.
2. Odrediti formule dilatacije ravni sa osnovom $x_1 - 2x_2 = 0$, koja tačku $(1, 1)$ slika u $(2, 2)$.
3. Naći Mebijusovu transformaciju koja predstavlja rotaciju oko tačke $w_0 = 1 + 2i$ za ugao $\alpha = \frac{\pi}{4}$.
4. Odrediti formule (hiperboličke) translacije za vektor $2\overrightarrow{AA_1}, A(-\frac{1}{3} + i\frac{1}{3}), A_1(\frac{1}{4} + i\frac{1}{2})$.

Odabrana poglavlja geometrije A – primer 5

1. Odrediti formule osne refleksije ravni sa osnovom $2x - 3y + 5 = 0$.
2. Odrediti formule paralelnog projektovanja na $s : x - y + 1 = 0$ paralelno pravouju $p : 2x - y + 4 = 0$.
3. Naći linearnu Mebijusovu transformaciju koja slika $k : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ u $k' : (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ i 3 u $-1 - i$.
4. Date su dve h -tačke A i B sa kompleksnim koordinatama $z_1 = \frac{1}{5} + \frac{4}{5}i$ i $z_2 = \frac{-1}{3} - \frac{2}{3}i$. Odrediti jednačinu h -prave koja ih sadrži.