Аналитичка геометрија - колоквијум (20.04.2024.)
групе: 1О3 и 1О4

Презиме и име	**Индекс**	**Поени**
	/	

Обавезно прочитати!
У току теста није дозвољено коришћење литературе, мобилних телефона, окретање, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак (3 по задатку) освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене.
Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

1	Нека су A, B, C и D некопланарне, X тежиште троугла ABC и Y таква да је $\overrightarrow{CY} = -4\overrightarrow{DY}$. Тада је $$\overrightarrow{XY} = \boxed{-\tfrac{1}{3}}\,\overrightarrow{AB} + \boxed{-\tfrac{2}{15}}\,\overrightarrow{AC} + \boxed{\tfrac{4}{5}}\,\overrightarrow{AD}$$
2	Нека је ABC троугао, P и Q такве да је $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{CQ}$. Ако се AC и PQ секу у тачки R, тада је $$AC : RC = \boxed{5}.$$
3	Нека је S пресек праве BC и симетрале унутрашњег угла код темена A троугла ABC. Ако је $\|\overrightarrow{AB}\| = 4$, $\|\overrightarrow{AC}\| = 5$ и $\|\overrightarrow{BC}\| = 6$, тада је $$\overrightarrow{BS} = \boxed{\tfrac{4}{9}}\,\overrightarrow{BC}.$$
4	Нека је троугао $\triangle ABC$ површине P. Нека су тачке A_1, B_1 и C_1 такве да важи $\overrightarrow{CA_1} = 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC_1} = \overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{AB_1} = 3\overrightarrow{BA}$. Тада је површина $\triangle A_1B_1C_1$ једнака $$\boxed{18}\,P$$
5	Нека је $ABCD$ паралелограм, E средиште BC, F средиште DC и G таква да је $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GD}$. Координатни систем Axy има координатни почетак у тачки A и координатне векторе $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{AD}$. Нови координатни систем $Ex'y'$ има координатни почетак у тачки E и координатне векторе $\overrightarrow{f_1} = \overrightarrow{EF}$ и $\overrightarrow{f_2} = \overrightarrow{EG}$. Веза између старих и нових координата је: $$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{-\tfrac{1}{2}} & \boxed{-1} \\ \boxed{\tfrac{1}{2}} & \boxed{\tfrac{1}{6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boxed{1} \\ \boxed{\tfrac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$\boxed{6}$	Дат је правоугли паралелопипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ивица $AB = 2$, $AD = 1$, $AA_1 = 3$. Угао између мимоилазних правих AC и BD_1 је $\arccos \boxed{\frac{3}{\sqrt{70}}}$
$\boxed{7}$	Ортогонална пројекција тачке $A(1,3)$ на праву која садржи тачку $B(4,2)$ и паралелна је правој $p\ :\ x - 2y + 7 = 0$ је тачка са координатама $\left(\boxed{2}, \boxed{1}\right)$
$\boxed{8}$	Круг полупречника r додирује праву $5x + 12y - 18 = 0$. Ако је центар $C(x_C, y_C)$ тог круга пресек правих $3x - 4y + 14 = 0$ и $4x + 7y - 43 = 0$, онда је $(y_C + x_C) \cdot r$ једнако $\boxed{28}$
$\boxed{9}$	Ако се праве $p : \dfrac{x-\lambda}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{0}$ и $q : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+\lambda}{1} = \dfrac{z+1}{1}$ секу, онда параметар $\lambda \in \mathbb{R}$ мора бити $\lambda = \boxed{-4}$
$\boxed{10}$	Раван која садржи праву $p : x = y = z$ и нормална је на раван $\alpha\ :\ x + 4y + 3 = 0$ има једначину $\boxed{4}\,x + \boxed{-1}\,y - 3z + \boxed{0} = 0$

Аналитичка геометрија - колоквијум (20.04.2024.)
групе: 1О3 и 1О4

Презиме и име	**Индекс**	**Поени**
	/	

Обавезно прочитати!
У току теста није дозвољено коришћење литературе, мобилних телефона, окретање, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак (3 по задатку) освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене.
Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

1	Нека су A, B, C и D некопланарне, X тежиште троугла ABC и Y таква да је $\overrightarrow{BY} = -3\overrightarrow{DY}$. Тада је $$\overrightarrow{XY} = \boxed{-\tfrac{1}{12}}\,\overrightarrow{AB} + \boxed{-\tfrac{1}{3}}\,\overrightarrow{AC} + \boxed{\tfrac{3}{4}}\,\overrightarrow{AD}$$
2	Нека је ABC троугао, P и Q такве да је $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{CQ}$. Ако се AC и PQ секу у тачки R, тада је $$AC : RA = \boxed{\tfrac{5}{6}}.$$
3	Нека је S пресек праве BC и симетрале унутрашњег угла код темена A троугла ABC. Ако је $\\|\overrightarrow{AB}\\| = 7$, $\\|\overrightarrow{AC}\\| = 3$ и $\\|\overrightarrow{BC}\\| = 6$, тада је $$\overrightarrow{BS} = \boxed{\tfrac{7}{10}}\,\overrightarrow{BC}.$$
4	Нека је троугао $\triangle ABC$ површине P. Нека су тачке A_1, B_1 и C_1 такве да важи $\overrightarrow{CA_1} = 3\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC_1} = \overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{AB_1} = 3\overrightarrow{BA}$. Тада је површина $\triangle A_1B_1C_1$ једнака $$\boxed{23}\,P$$
5	Нека је $ABCD$ паралелограм, G средиште BC, F средиште DC и E таква да је $\overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{AE}$. Координатни систем Axy има координатни почетак у тачки A и координатне векторе $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{AD}$. Нови координатни систем $Ex'y'$ има координатни почетак у тачки E и координатне векторе $\overrightarrow{f_1} = \overrightarrow{EF}$ и $\overrightarrow{f_2} = \overrightarrow{EG}$. Веза између старих и нових координата је: $$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\tfrac{1}{2}} & \boxed{1} \\ \boxed{\tfrac{2}{3}} & \boxed{\tfrac{1}{6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boxed{0} \\ \boxed{\tfrac{1}{3}} \end{bmatrix}$$

6	Дат је правоугли паралелопипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ивица $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. Угао између мимоилазних правих AC и BD_1 је $\arccos \boxed{\frac{5}{\sqrt{13}\sqrt{14}}}$
7	Ортогонална пројекција тачке $A(1,3)$ на праву која садржи тачку $B(9,2)$ и паралелна је правој $p\ :\ x - 2y + 7 = 0$ је тачка са координатама $\left(\boxed{3}, \boxed{-1}\right)$
8	Круг полупречника r додирује праву $5x + 12y - 18 = 0$. Ако је центар $C(x_C, y_C)$ тог круга пресек правих $3x - 4y + 14 = 0$ и $4x + 7y - 43 = 0$, онда је $(y_C + r) \cdot x_C$ једнако $\boxed{18}$
9	Ако се праве $p : \frac{x+4}{1} = \frac{y+\lambda}{2} = \frac{z+2}{0}$ и $q : \frac{x-\lambda}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{1}$ секу, онда параметар $\lambda \in \mathbb{R}$ мора бити $\lambda = \boxed{-1}$
10	Раван која садржи праву $p : x = y = z$ и нормална је на раван $\alpha\ :\ 2x + 5y + 1 = 0$ има једначину $\boxed{5}x + \boxed{-2}y - 3z + \boxed{0} = 0$