

Непристрасност и постојаност оцјена.

Метод момената и метод максималне вјеродостојности

1. Нека је X_1, X_2, \dots, X_n прост случајан узорак из популације чије обиљежје X има униформну $\mathcal{U}[\theta, 0]$ распоdjелу. За оцјену непознатог параметра θ предложене су двије оцјене:

$$\hat{\theta} = c \cdot X_{(1)}$$

$$\hat{\theta} = 2\bar{X}_n$$

- (а) Одредити константу c тако да $\hat{\theta}$ буде непристрасна оцјена за θ .
(б) Која оцјена је боља?
(ц) Испитати да ли су оцјене постојане.
2. Методом момената одредити оцјене непознатих параметара:

(а) p за $X \in \mathcal{B}(N, p)$

(б) θ за $X \in \mathcal{U}[0, \theta]$

(ц) p за

$$X : \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{p}{2} & \frac{p}{2} & 1-p \end{pmatrix}$$

(д) α и β за $X \in \gamma(\alpha, \beta)$

(е) a и b за $X \in \mathcal{U}[a, b]$

3. Методом момената одредити оцјену непознатог параметра λ за обиљежје X из експоненцијалне $\mathcal{E}(\lambda)$ распоdjеле. Испитати непристрасност добијене оцјене.
4. Методом момената наћи оцјену непознатих параметара μ и λ за X са функцијом густине

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda(x-\mu)}, \quad x \geq \mu, \quad \mu \in \mathbb{R} \quad .$$

5. Испитати непристрасност оцјена \bar{X}_n и \bar{S}_n^2 за m и σ^2 , редом, за X из нормалне $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ распоdjеле.

6. Методом максималне вјеродостојности наћи оцјене за непознате параметре:

(а) λ за $X \in \mathcal{P}(\lambda)$

(б) p за $X \in \text{Ber}(p)$

(ц) p за $X \in \mathcal{G}(p)$

(д) p за X које има закон распоdjеле:

$$X : \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ p & p & 1-2p \end{pmatrix}, \quad 0 < p < \frac{1}{2}$$

Испитати непристрасност и постојаност добијене оцјене.

7. Методом максималне вјеродостојности наћи оцјену за $P\{X \geq 3\}$, за $X \in \mathcal{B}(5, p)$, при чему је p непознати параметар, ако дат реалнизован узорак:

x	0	1	2	3	4	5
n_i	6	10	14	13	6	1

8. Методом максималне вјеродостојности наћи оцјене за непознате параметре:

(а) λ за $X \in \mathcal{E}(\lambda)$

(б) β за $X \in \gamma(2, \beta)$

9. Методом максималне вјеродостојности наћи оцјену $\hat{\theta}$ непознатог параметра θ ако обиљежје X има густину расподјеле

$$f(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad x \in (0, 1), \quad \theta > 0$$

и испитати њену непристрасност.

10. Методом максималне вјеродостојности наћи оцјену непознатог параметра θ ако обиљежје X има следеће расподјеле:

(а) $\mathcal{U}[0, \theta]$, $\theta > 0$

(б) $\mathcal{U}[-\theta, \theta]$, $\theta > 0$

(ц) $\mathcal{U}[0, \theta]$, $\theta \geq 1$

(д) $\mathcal{U}[0, \theta]$, $\theta \in \mathbb{N}$

11. Методом максималне вјеродостојности наћи оцјене непознатих параметара:

(а) m и σ^2 за $X \in \mathcal{N}(m, \sigma^2)$

(б) a и b за $X \in \mathcal{U}[a, b]$

12. Нека X има густину расподјеле

(а) $f(x) = e^{\mu-x}$, $x \geq \mu$

(б) $f(x) = e^{\mu-x}$, $x > \mu$

Наћи, ако постоји, оцјену методом максималне вјеродостојности за непознати параметар μ .