

Комбинаторика

- **Пермутација** (без понављања) скупа A који има n елемената је сваки низ у коме се тачно по једанпут појављују сви елементи скупа A . Број пермутација n -точланог скупа је $n! = n(n-1) \cdots 1$
- Нека је дат скуп $A = \{a_1, \dots, a_m\}$. Сваки низ дужине $k_1 + k_2 + \dots + k_m = n$ у коме се елемент a_1 појављује k_1 пута, \dots , a_m k_m пута назива се **пермутација са понављањем** скупа A типа (k_1, \dots, k_m) . Број оваквих пермутација је $\frac{n!}{k_1!k_2! \cdots k_m!}$.

пример 1, пример 2

- **Варијација без понављања** k -те класе скупа A који има n елемената ($n \geq k$) је сваки низ од k међусобно различитих елемената тог скупа. Број варијација k -те класе скупа од n елемената је $n(n-1) \cdots (n-k+1)$.
- **Варијација са понављањем** k -те класе скупа A од n елемената је сваки низ од k елемената скупа A при чему се елементи могу понављати. Број варијација са понављањем је n^k .

пример 3

- **Комбинација** k -те класе скупа од n елемената ($n \geq k$) је сваки k -точлани подскуп тог скупа. Број комбинације је $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Ако се из n -точланог скупа A бира један по један, са враћањем, k елемената и ако није битан редослед већ само који елементи и колико пута су изабрани, онда се резултат избора назива **комбинација са понављањем** k -те класе скупа од n елемената. Број комбинација са понављањем је $\binom{n+k-1}{k}$.

пример 4, пример 5

- Њутнова биномна формула

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

- Принцип укључења и искључења

$$\left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |A_i A_j A_k| + \dots + (-1)^{n-1} |A_1 \dots A_n|$$

пример 6

Задаци за домаћи:

1. На полици се налази 12 различитих књига од којих су 3 из математике, 4 из физике и 3 из хемије. На колико различитих начина се могу распоредити књиге

на полици ако се зна да све књиге из исте области морају увијек бити једна до друге

2. Гост у хотелу за доручак може бирати кафу, чај или млеко. Колико има начина за избор, ако у хотелу остаје седам дана?
3. У кутији се налазе куглице нумерисане бројевима $1, 2, \dots, 10$. Из кутије се истовремено ваде 3 куглице. У колико случајева ће збир бројева на извученим куглицама бити већи или једнак 9?
4. Добављач наручује 5 производа који могу исправни или неисправни. Колика има свих могућих случајева обзиром на исправност производа ако се наручују
 - а) разноврсни производи
 - б) истоврсни производи
5. На колико начина се могу поређати у низ три Енглеца, три Француза и три Немца тако да никоја три човека из исте земље не стоје заједно?
6. Тренер има на располагању десет кошаркаша и треба да одабере 5 за прву поставу тако што ће узети два бека, једно крило и два центра. Два играча могу играти само бека, два крило или бека, један само крило, три крило или центар и два само центар. На колико начина може одабрати поставу?
7. На колко начина може осам људи сести на шест столица које су поређане у један ред?
8. На колико начина можемо одбрати скупове A, B, C такве да је $|AC| = 1$, $|BC| = 2$, $|ABC| = \emptyset$ и $|A \cup B \cup C| = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.