

1)(20 poena) Napisati M-fajl `zad1.m` sa funkcijom `zad1(f,x)` koja crta grafik drugog izvoda kubnog splajna $S(f;x)$ formiranog za funkciju f i podelu intervala zadatu vektorom x . Kubni splajn $S(f;x)$ formirati korišćenjem vrednosti funkcije f u svim tačkama vektora x i korišćenjem vrednosti prvih izvoda u njegovim krajnjim tačkama (granični uslovi). Dozvoljeno je korišćenje ugrađenih MATLAB funkcija za formiranje splajna.

2)(15 poena) U prostoru $C(0,1)$ definisan je skalarni proizvod $(f,g) = \int_0^1 x(1-x)f(x)g(x)dx$ i odgovarajuća norma $\|f\| = \sqrt{(f,f)}$. Neka je \mathcal{P} potprostor polinoma drugog stepena. Napisati M-fajl `zad2.m` sa funkcijom `[p2,greska]=zad2(f)` koja određuje polinom $p_2 \in \mathcal{P}$ takav da je

$$\|f(x) - p_2(x)\| = \min_{p \in \mathcal{P}} \|f(x) - p(x)\|.$$

Funkcija kao rezultat vraća koeficijente dobijenog polinoma p_2 i vrednost greške dobijene aproksimacije.

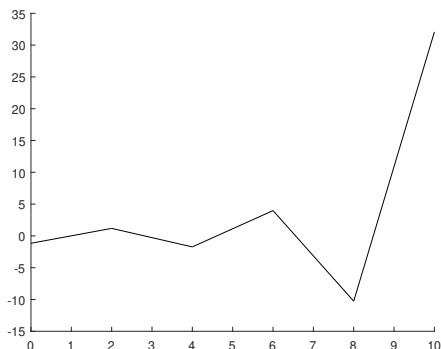
3) (15 poena) Napisati M-fajl `zad3.m` sa funkcijom `zad3(D,h)` koja Modifikovanom Ojlerovom metodom na intervalu $[0,D]$ sa koracima h i $h/2$ rešava Košijev problem

$$u'(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}, u(0) = 0.$$

Funkcija štampa vrednosti približnih rešenja u tački $x = D$, dobijenih sa koracima h i $h/2$, kao i vrednost u toj tački dobijenu posle izvršene popravke. Za ocenu greške koristiti Rungeovu ocenu greške.

TEST

```
>> zad1(@(x) sin(x.^2), [0, 2, 4, 6, 8, 10])
```



```
>> [p2,greska]=zad2(@(x) exp(x))
```

```
p2 = 0.8359    0.8425    1.0183
greska = 0.0015
```

```
>> zad3(1,0.5)
```

```
Vrednost pribliznog resenja u tacki x=D sa korakom h:
0.8515
```

```
Vrednost pribliznog resenja u tacki x=D sa korakom h/2:
0.8449
```

```
Vrednost pribliznog resenja u tacki x=D posle popravke:
0.8427
```

Modifikovana Ojlerova metoda:

$$v(x+h) = u(x) + hf(x + \frac{h}{2}, v^*)$$

$$v^* = u(x) + \frac{h}{2}f(x, u(x))$$