

Prirodni splajn

Kod prirodnog splajna je $M_0 = M_n = 0$, a za unutrašnje čvorove formiramo jednačine :

$$\mu_i M_{i-1} + 2M_i + \nu_i M_{i+1} = \lambda_i, \quad i = 1, \dots, n-1.$$

Dobijamo sistem po nepoznatim momentima M_1, M_2, \dots, M_{n-1} .

$$\begin{aligned} 2M_1 + \nu_1 M_2 &= \lambda_1, & i = 1 \\ \mu_2 M_1 + 2M_2 + \nu_2 M_3 &= \lambda_2, & i = 2 \\ \mu_3 M_2 + 2M_3 + \nu_3 M_4 &= \lambda_3, & i = 3 \\ & \dots & \\ \mu_{n-1} M_{n-2} + 2M_{n-1} &= \lambda_{n-1}, & i = n-1 \end{aligned}$$

Matrica sistema je trodijagonalana, dimenzije $n-1$ oblika:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \nu_1 & 0 & \dots & 0 \\ \mu_2 & 2 & \nu_2 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_3 & 2 & \nu_3 & \dots & 0 \\ & & \dots & \dots & & \\ & \dots & & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \mu_{n-1} & 2 \end{pmatrix}$$

U Matlabu indeksi počinju od 1 i čvorovi interpolacije su: $X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$.

Unutrašnji čvorovi su: x_2, x_3, \dots, x_{n-1} .

Matrica sistema za određivanje momenata u unutrašnjim čvorovima je dimenzije $n-2$ i formiraćemo je kao zbir tri dijagonalne matrice:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mu_2 & 0 & & \dots & 0 \\ 0 & \mu_3 & & \dots & 0 \\ & & \dots & \dots & \\ & \dots & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \mu_{n-1} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \dots & 0 \\ & & \dots & \dots & \\ & \dots & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \nu_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & \nu_2 & \dots & 0 \\ 0 & & & \nu_3 & \dots & 0 \\ & & \dots & \dots & & \\ & \dots & & & & \nu_{n-2} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & & 0 \end{pmatrix}$$

Pomoćni vektori:

$$h = \text{diff}(x) = [x_2 - x_1, x_3 - x_2, \dots, x_n - x_{n-1}]$$

$$\mu = \left[\frac{h_1}{h_1 + h_2}, \frac{h_2}{h_2 + h_3}, \dots, \frac{h_{n-1}}{h_{n-1} + h_n} \right]$$

$$\nu = 1 - \mu$$