

Први колоквијум из Дискретних структура 2, студијски програми  $AI$  и  $I$ , 11.4.2018. Група I

1. **а) (2 поена)** Колико решења има једначина  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 25$ , при чему је  $x_i \in \mathbb{Z}, i = 1, 2, 3, 4$  и  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 1, x_3 \geq 4, x_4 \geq -1$ ?
- б) (1.5 поена)** На колико начина Снежана, принц и 7 патуљака могу да седну око округлог стола, тако да Снежана и принц седе једно до другог и Поспанко и Љутко седе један до другог?
- в) (1.5 поена)** Таблу димензије  $n \times n$  подељену на квадратиће димензије  $1 \times 1$  треба обојити плавом, црвеном и белом бојом. На колико начина се ово може урадити тако да је белом и црвеном бојом обојен највише по један квадратић?
2. **(5 поена)** Доказати идентитет:  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{k}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{-1}{n+1}$ .
3. Одредити функције генератрисе низова:
  - а) (2 поена)**  $(0, 2, 0, 4, 0, 6, 0, 8, \dots)$
  - б) (3 поена)**  $(0, 1, 0, 6, 0, 15, 0, 28, \dots)$
4. **(5 поена)** Решити рекурентну једначину:  $a_{n+3} = a_{n+2} + 16a_{n+1} + 20a_n + 49 \cdot 5^n, a_0 = 2, a_1 = 2, a_2 = 47$ .

Први колоквијум из Дискретних структура 2, студијски програми  $AI$  и  $I$ , 11.4.2018. Група II

1. **а) (2 поена)** Колико решења има једначина  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$ , при чему је  $x_i \in \mathbb{Z}, i = 1, 2, 3, 4$  и  $x_1 \geq -1, x_2 \geq 3, x_3 \geq 0, x_4 \geq 2$ ?
- б) (1.5 поена)** На колико начина 9 љутих гусара може да седне око округлог стола, тако да 1. и 2. седе један до другог и 3. и 4. седе један до другог?
- в) (1.5 поена)** Таблу димензије  $k \times k$  подељену на квадратиће димензије  $1 \times 1$  треба обојити плавом, сивом и белом бојом. На колико начина се ово може урадити тако да је белом и сивом бојом обојен највише по један квадратић?
2. **(5 поена)** Доказати идентитет:  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{k+2}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{1}{n+1}$ .
3. Одредити функције генератрисе низова:
  - а) (2 поена)**  $(0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 0, 12, 0, 0, 0, 16, \dots)$
  - б) (3 поена)**  $(0, 0, 0, 6, 0, 0, 0, 28, 0, 0, 0, 61, 0, 0, 0, 120, \dots)$
4. **(5 поена)** Решити рекурентну једначину:  $a_{n+3} = 6a_{n+2} - 12a_{n+1} + 8a_n + 19 - 5n, a_0 = -3, a_1 = 7, a_2 = 34$ .

Први колоквијум из Дискретних структура 2, студијски програми  $AI$  и  $I$ , 11.4.2018. Група I

1. **а) (2 поена)** Колико решења има једначина  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 25$ , при чему је  $x_i \in \mathbb{Z}, i = 1, 2, 3, 4$  и  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 1, x_3 \geq 4, x_4 \geq -1$ ?
- б) (1.5 поена)** На колико начина Снежана, принц и 7 патуљака могу да седну око округлог стола, тако да Снежана и принц седе једно до другог и Поспанко и Љутко седе један до другог?
- в) (1.5 поена)** Таблу димензије  $n \times n$  подељену на квадратиће димензије  $1 \times 1$  треба обојити плавом, црвеном и белом бојом. На колико начина се ово може урадити тако да је белом и црвеном бојом обојен највише по један квадратић?
2. **(5 поена)** Доказати идентитет:  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{k}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{-1}{n+1}$ .
3. Одредити функције генератрисе низова:
  - а) (2 поена)**  $(0, 2, 0, 4, 0, 6, 0, 8, \dots)$
  - б) (3 поена)**  $(0, 1, 0, 6, 0, 15, 0, 28, \dots)$
4. **(5 поена)** Решити рекурентну једначину:  $a_{n+3} = a_{n+2} + 16a_{n+1} + 20a_n + 49 \cdot 5^n, a_0 = 2, a_1 = 2, a_2 = 47$ .

Први колоквијум из Дискретних структура 2, студијски програми  $AI$  и  $I$ , 11.4.2018. Група II

1. а) (2 поена) Колико решења има једначина  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$ , при чему је  $x_i \in Z, i = 1, 2, 3, 4$  и  $x_1 \geq -1, x_2 \geq 3, x_3 \geq 0, x_4 \geq 2$ ?
- б) (1.5 поена) На колико начина 9 љутих гусара може да седне око округлог стола, тако да 1. и 2. седе један до другог и 3. и 4. седе један до другог?
- в) (1.5 поена) Таблу димензије  $k \times k$  подељену на квадратиће димензије  $1 \times 1$  треба обојити плавом, сивом и белом бојом. На колико начина се ово може урадити тако да је белом и сивом бојом обојен највише по један квадратић?
2. (5 поена) Доказати идентитет:  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{k+2}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{1}{n+1}$ .
3. Одредити функције генератрисе низова:
  - а) (2 поена)  $(0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 0, 12, 0, 0, 0, 16, \dots)$
  - б) (3 поена)  $(0, 0, 0, 6, 0, 0, 0, 28, 0, 0, 0, 61, 0, 0, 0, 120, \dots)$ .
4. (5 поена) Решити рекурентну једначину:  $a_{n+3} = 6a_{n+2} - 12a_{n+1} + 8a_n + 19 - 5n$ ,  $a_0 = -3, a_1 = 7, a_2 = 34$ .

Први колоквијум из Дискретних структура 2, студијски програми  $AI$  и  $I$ , 11.4.2018. Група I

1. а) (2 поена) Колико решења има једначина  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 25$ , при чему је  $x_i \in Z, i = 1, 2, 3, 4$  и  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 1, x_3 \geq 4, x_4 \geq -1$ ?
- б) (1.5 поена) На колико начина Снежана, принц и 7 патуљака могу да седну око округлог стола, тако да Снежана и принц седе једно до другог и Поспанко и Љутко седе један до другог?
- в) (1.5 поена) Таблу димензије  $n \times n$  подељену на квадратиће димензије  $1 \times 1$  треба обојити плавом, црвеном и белом бојом. На колико начина се ово може урадити тако да је белом и црвеном бојом обојен највише по један квадратић?
2. (5 поена) Доказати идентитет:  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{k}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{-1}{n+1}$ .
3. Одредити функције генератрисе низова:
  - а) (2 поена)  $(0, 2, 0, 4, 0, 6, 0, 8, \dots)$
  - б) (3 поена)  $(0, 1, 0, 6, 0, 15, 0, 28, \dots)$
4. (5 поена) Решити рекурентну једначину:  $a_{n+3} = a_{n+2} + 16a_{n+1} + 20a_n + 49 \cdot 5^n$ ,  $a_0 = 2, a_1 = 2, a_2 = 47$ .

Први колоквијум из Дискретних структура 2, студијски програми  $AI$  и  $I$ , 11.4.2018. Група II

1. а) (2 поена) Колико решења има једначина  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$ , при чему је  $x_i \in Z, i = 1, 2, 3, 4$  и  $x_1 \geq -1, x_2 \geq 3, x_3 \geq 0, x_4 \geq 2$ ?
- б) (1.5 поена) На колико начина 9 љутих гусара може да седне око округлог стола, тако да 1. и 2. седе један до другог и 3. и 4. седе један до другог?
- в) (1.5 поена) Таблу димензије  $k \times k$  подељену на квадратиће димензије  $1 \times 1$  треба обојити плавом, сивом и белом бојом. На колико начина се ово може урадити тако да је белом и сивом бојом обојен највише по један квадратић?
2. (5 поена) Доказати идентитет:  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{k+2}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{1}{n+1}$ .
3. Одредити функције генератрисе низова:
  - а) (2 поена)  $(0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 0, 12, 0, 0, 0, 16, \dots)$
  - б) (3 поена)  $(0, 0, 0, 6, 0, 0, 0, 28, 0, 0, 0, 61, 0, 0, 0, 120, \dots)$ .
4. (5 поена) Решити рекурентну једначину:  $a_{n+3} = 6a_{n+2} - 12a_{n+1} + 8a_n + 19 - 5n$ ,  $a_0 = -3, a_1 = 7, a_2 = 34$ .