29.06.2021.

Pismeni ispit iz Numeričkih metoda. Jun 2.

1. Odrediti Hermitov interpolacioni polinom za funkciju zadatu sledećom tablicom:

x	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
0	-1	0	2
1	-1	0	*
2	0	*	*

2. Naći polinom najbolje ravnomerne aproksimacije drugog stepena $P_2(x)$ za funkciju $f(x) = \frac{144}{x+2}$ na segmentu $[0, 6]$ pod pretpostavkom da su tačke Čebiševljeve alternanse 0, 1, 4 i 6. Oceniti grešku aproksimacije.

3. Metodom kolokacije rešiti granični problem

$$u(x)'' + u(x) = \sin x, \quad x \in (0, \frac{\pi}{2}), \quad u(0) = 1, \quad u(\frac{\pi}{2}) = 1$$

ako su tačke kolokacije $\frac{1}{2}$ i 1, a bazisne funkcije su

$$\phi_0(x) = \sin x + \cos x, \quad \phi_1(x) = x \cos x, \quad \phi_2(x) = x^2 \cos x.$$

29.06.2021.

Pismeni ispit iz Numeričkih metoda. Jun 2.

1. Odrediti Hermitov interpolacioni polinom za funkciju zadatu sledećom tablicom:

x	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
0	-1	0	2
1	-1	0	*
2	0	*	*

2. Naći polinom najbolje ravnomerne aproksimacije drugog stepena $P_2(x)$ za funkciju $f(x) = \frac{144}{x+2}$ na segmentu $[0, 6]$ pod pretpostavkom da su tačke Čebiševljeve alternanse 0, 1, 4 i 6. Oceniti grešku aproksimacije.

3. Metodom kolokacije rešiti granični problem

$$u(x)'' + u(x) = \sin x, \quad x \in (0, \frac{\pi}{2}), \quad u(0) = 1, \quad u(\frac{\pi}{2}) = 1$$

ako su tačke kolokacije $\frac{1}{2}$ i 1, a bazisne funkcije su

$$\phi_0(x) = \sin x + \cos x, \quad \phi_1(x) = x \cos x, \quad \phi_2(x) = x^2 \cos x.$$

REŠENJE:

1.Tablica podeljenih razlika:

x_i	f_i	$f[1]$	$f[2]$	$f[3]$	$f[4]$	$f[5]$
0	1	0	1	-3	7	$\frac{-37}{8}$
0	1	0	-2	4	-2.25	
0	1	-2	2	-0.5		
1	-1	0	1			
1	-1	1				
2	0					

$$P_5(x) = 1 + x^2 - 3x^3 + 7x^3(x-1) - \frac{37}{8}x^3(x-1)^2.$$

2.$P_2(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2$.
Rešavanjem sistema dobijamo da su koefiijenti: $c_0 = 69, c_1 = -20, c_2 = 2$. Greška ravnomerne aproksimacije je $L = 3$.
3. Rešenje tražimo u obliku $v(x) = \sin x + \cos x + c_1x\cos x + c_2x^2\cos x$.
$R(x; c_1; c_2) = -\sin x - 2c_1\sin x + 2c_2(\cos x - 2x\sin x)$.
Uslovi kolokacije daju sistem čije je rešenje: $c_1 = -0.5, \quad c_2 = 0$. Stoga je $v(x) = \sin x + (1 - 0.5x)\cos x$.