

1)(20 poena) *IDW* interpolacija je eksplicitna metoda za konstruisanje funkcije $\omega(x, y)$ koja aproksimira funkciju $f(x, y)$, tako da za tačke (x_i, y_j) , $i, j = 1, 2, \dots, n$ važi da je $\omega(x_i, y_j) = f(x_i, y_j)$. Vrednost funkcije ω u tački (x, y) data je formulom:

$$\omega(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f(x_i, y_j) \Phi_{ij}(x, y)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Phi_{ij}(x, y)}, \quad \text{gde je } \Phi_{ij}(x, y) = \frac{1}{((x - x_i)^2 + (y - y_j)^2)^2}.$$

Napisati M-fajl `zad1.m` sa funkcijom `[R1,R2]=zad1(f,a,b,n)` koja najpre određuje rastući vektor $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ čiji su elementi nule Čebiševljevog polinoma stepena n na segmentu $[-1, 1]$, formira $n \times n$ mrežu čvorova na $[x_1, x_n] \times [x_1, x_n]$ čiji su elementi (x_i, x_j) , $i, j = 1, 2, \dots, n$ i zatim vraća približnu vrednost R1 funkcije f u tački (a, b) primenom *IDW* interpolacije, gde je $\omega(x_i, x_j) = f(x_i, x_j)$, $i, j = 1, \dots, n$. Funkcija kao rezultat vraća i vrednost R2 koja predstavlja približnu vrednost funkcije f u tački (a, b) dobijenu korišćenjem ugrađene MATLAB funkcije `interp2()` za istu kvadratnu mrežu.

2)(15 poena) U prostoru funkcija $C^1(a, b)$ definisani su skalarani proizvod i norma:

$$(f, g) = \int_a^b (f(x)g(x) + f'(x)g'(x))dx, \quad \|f\| = \sqrt{(f, f)}.$$

Napisati M-fajl `zad2.m` sa funkcijom `P=zad2(f,a,b,n)` koja formira i vraća vektor koeficijenata P polinoma $p_n(x)$ stepena n tako da važi: $\|f(x) - p_n(x)\| = \inf_{S \in \mathcal{P}_n} \|f(x) - S(x)\|$ (\mathcal{P}_n je skup polinoma stepena ne većih od n).

3)(15 poena) Napisati M-fajl `zad3.m` sa funkcijom `[X, iter] = zad3(tol, x0, y0)` koja sa tačnošću `tol` Njutnovom metodom pronalazi rešenje datog sistema nelinearnih jednačina u okolini tačke $(x_0, y_0)^T$. Funkcija vraća rešenje sistema i broj iteracija potrebnih da se dođe do tog rešenja.

$$y(x - 1) = 1, \quad x^2 = y^2 + 1.$$

TEST:

```
>> [R1,R2]=zad1(@x,y x.^2+y.^2,0.2,0.4,4)
R1 =
0.3112
```

```
R2 =
0.3155
>> P=zad2(@x 1+x.^3,0,0.5,2)
P =
```

```
0.7500    -0.1255     1.0001
```

```
>> P=zad2(@x sin(x).*x,0,2,2)
P =
```

```
0.0588     0.8373    -0.0449
```

```
>> [X,iter]=zad3(1e-5,2,2)
X =
1.7167
1.3953
```

```
iter = 4
```

Čebiševljevi polinomi:

$$T_0(x) = 1;$$

$$T_1(x) = x;$$

$$T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$