Numeričke metode -Januar 1 19.01.2022.

1)(15 poena) Napisati M-fajl `zad1.m` sa funkcijom `greske=zad1(f,a,b,c,d,H)` koja određuje vrednost integrala $\int_a^b \int_c^d f(x,y)dydx$ Simpsonovom kubaturnom formulom sa istim korakom h_i na obe ose, za svako $i = 1, 2, ...length(H)$, pri čemu su h_i elementi vektora `H`. Funkcija vraća vektor `greske` koji sadrži apsolutne greške svih dobijenih približnih vrednosti integrala. Tačnu vrednost integrala odrediti ugrađenom funkcijom `integral2`.

2)(15 poena) U prostoru $\mathcal{C}(0,1)$ definisan je skalarni proizvod $(f,g) = \int\limits_0^1 x(1-x)f(x)g(x)dx$ i odgovarajuća norma $||f|| = \sqrt{(f,f)}$. Neka je $\mathcal{P}$ potprostor polinoma drugog stepena. Napisati M-fajl `zad2.m` sa funkcijom `[p2,greska]=zad2(f)` koja određuje polinom $\mathtt{p2} \in \mathcal{P}$ takav da je

$$||\mathtt{f}(x) - \mathtt{p2}(x)|| = \min_{p\in\mathcal{P}} ||\mathtt{f}(x) - p(x)||.$$

Funkcija kao rezultat vraća koeficijente dobijenog polinoma `p2` i vrednost greške dobijene aproksimacije.

3) (15 poena) Napisati M-falj `zad3.m` sa funkcijom `zad3(h)` koja Adamsovom metodom na intervalu $[0, 0.5]$ sa korakom `h` približno rešava Košijev problem

$$u'(x) = xu^3(x), \quad u(0) = 1.$$

Početni odsečak odrediti metodom Runge-Kutta.

TEST:

```
>> greske=zad1(@(x,y) sin(x.^2+y.^2),0,2,0,2,[1 0.5 0.25 0.125])

greske =

0.7111    0.0366    0.0004    0.0000

------------------------------------------------------------------------------------------

>> [p2,greska]=zad2(@(x) exp(x))

p2 = 0.8359    0.8425    1.0183
greska = 0.0015

------------------------------------------------------------------------------------------
>> zad3(0.1)
Priblizno resenje Kosijevog problema:
v =
1.0000    1.0050    1.0206    1.0483    1.0911    1.1548

------------------------------------------------------------------------------------------
```

Adamsova metoda:

$v_j^* = v_{j-1} + \frac{h}{24}(55f_{j-1} - 59f_{j-2} + 37f_{j-3} - 9f_{j-4})$

$v_j = v_{j-1} + \frac{h}{24}(9f_j^* + 19f_{j-1} - 5f_{j-2} + f_{j-3})$

Metoda Runge-Kutta:

$v(x+h) = u(x) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

$k_1 = hf(x, u(x))$

$k_2 = hf(x + h/2, u(x) + k_1/2)$

$k_3 = hf(x + h/2, u(x) + k_2/2)$

$k_4 = hf(x + h, u(x) + k_3)$