

Ime i prezime, br. indeksa: _____

Učionica: _____

Broj poena: _____

Pregledao: _____

Neka se u M-fajlu `podaci.m` nalazi niz $X = [0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3]$ i funkcija $f = \cos(x)$.

- 1) (6 poena) Napisati M-fajl `poli.m` sa funkcijom `L=poli(n,a)` koja formira i vraća koeficijente L polinoma stepena n određenog rekurentnom formulom:

$$L_0(x) = 1, \quad L_1(x) = 1 + a - x,$$

$$L_{j+1}(x) = \frac{(-x + 2j + a + 1)L_j(x) - (j + a)L_{j-1}(x)}{j + 1}, \quad j = 1, 2, \dots$$

- 2) (7 poena) Napisati M-fajl `skrati.m` sa funkcijom `[T, maks]=skrati(A,k)` koja za ulaznu matricu $A = (a_{ij})_{n \times n}$ i realan broj k vraća sve kolone j matrice A za koje važi nejednakost:

$$\sum_{i=1}^{n-j+1} |a_{ij}| \leq k(n-j+1), \quad 1 \leq j \leq n.$$

Kolone smestiti redom u matricu T . Funkcija vraća i niz `maks`, gde su elementi niza `maks` redom maksimumi elemenata po vrstama matrice T .

- 3) (10 poena) Napisati M-fajl `Njutn1.m` sa funkcijom `y=Njutn1(x,tol)` koja na izlazu štampa sve kolone konačnih razlika, a zatim računa i vraća približnu vrednost funkcije f (iz M-fajla `podaci.m`) u tački x , izračunatu korišćenjem I Njutnovog interpolacionog polinoma. Elementi ekvidistantnog niza X iz M-fajla `podaci.m` su čvorovi interpolacije. Za formiranje interpolacionog polinoma koristiti one kolone konačnih razlika $\Delta^k f_i$ za koje važi da je $\max_i |\Delta^k f_i| > 2^k \cdot \text{tol}$.

- 4) (7 poena) Napisati M-fajl `koef.m` sa funkcijom `C=koef(L,p,a,b)` koja vraća koeficijente c_i kvadrature formule oblika:

$$\int_a^b p(x)f(x)dx = \sum_{i=1}^n c_i f(x_i),$$

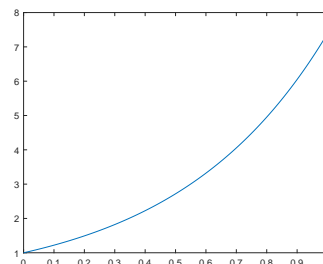
tako da ona bude tačna za polinome što je moguće većeg stepena, gde je $p(x)$ težinska funkcija. Čvorovi kvadrature formule su elementi niza L . Integrale računati koristeći ugrađenu MATLAB funkciju `integral()`. Dozvoljeno je korišćenje ugrađenog operatora `\` za rešavanje sistema linearnih jednačina. Funkcija iscrtava i grafik funkcije $p^2(x)$ na segmentu $[a,b]$.

TEST:

```
>> L=poli(5,1)
L =
-0.0083    0.2500   -2.5000   10.0000  -15.0000    6.0000

>> A=gallery('cauchy',10:10:40,50:10:80);    >> C=koef(0.2:0.2:0.8,@(x) exp(x),0,1)
>> [T,maks]=skrati(A,0.012)
T =
0.0125    0.0111
0.0111    0.0100
0.0100    0.0091
0.0091    0.0083
maks =
0.0125    0.0111    0.0100    0.0091

>> y=Njutn1(0.7,1e-2)
Tablica konacnih razlika:
-0.3373   -0.1323    0.1150    0.0042   -0.0292
-0.4696   -0.0173    0.1192   -0.0249    0
-0.4869    0.1019    0.0943    0
-0.3850    0.1961    0
-0.1888    0
y =
```



2.TEST:

Neka se u M-fajlu `podaci.m` nalaze sledeći podaci:

```
X=1:0.2:1.8;
f=@(x) log(x);
>> L=poli(1,0)
L =
-1.0000 1.0000

>> L=poli(4,0)
L =
0.0417    -0.6667     3.0000    -4.0000     1.0000

>> L=poli(3,2)
L =
-0.1667     2.5000   -10.0000    10.0000

>> A=gallery('cauchy',20:10:60,5:10:45);
>> [T,maks]=skрати(A,0.02)
```

```
T =
0.0222    0.0182    0.0154
0.0182    0.0154    0.0133
0.0154    0.0133    0.0118
0.0133    0.0118    0.0105
0.0118    0.0105    0.0095

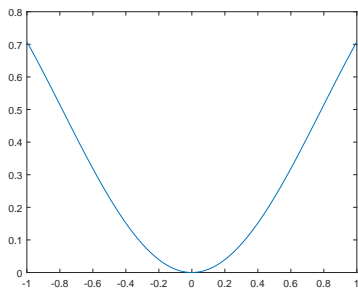
maks =
0.0222    0.0182    0.0154    0.0133    0.0118
```

```
>> y=Njutn1(1.13,1e-3)
Tablica konacnih razlika:
0.1823   -0.0282    0.0076   -0.0027
0.1542   -0.0206    0.0049         0
0.1335   -0.0157         0         0
0.1178         0         0         0
```

```
y =
0.1217
```

```
>>C=koef(-0.6:0.3:0.6,@(x) sin(x),-1,1)
```

```
C =
-0.9259
0.8479
0.0000
-0.8479
0.9259
```



BODOVANJE:

- 1) 1 + 5 (polinom stepena 1 ($L=\text{poli}(1,0)$) + više stepene)
- 2) 5 + 2 (niz T + maks)
- 3) 2 + 8 (matrica + vrednost y)
- 4) 5 + 2 (koeficijenti + grafik)

KODOVI:

```
X=0.5:0.5:3;
f=@(x) cos(x);
%X=1:0.2:1.8;
%f=@(x)log(x);
```

```
-----
function L=poli(n,alfa)
P=cell(1,n);
P{1}=1;
P{2}=[-1,1+alfa];
for j=1:n-1
P{j+2}=(conv([-1,2*j+alfa+1],P{j+1})-(j+alfa)*[0 0 P{j}])/(j+1);
end
L=P{n+1};
```

```
-----
function [T,maks]=skrati(A,k)
i=1;
n=length(A);
T=zeros(n);
for j=1:n
if sum(abs(A(1:n-j+1,j)))/(n-j+1)<=k
T(:,i)=A(:,j);
i=i+1;
end
end
T=T(:,1:i-1);
maks=max(T');
-----
```

```
function y=Njutn1(x,tol)
podaci;
Y=f(X);
n=length(X);
krazlike=zeros(n-1);

krazlike(:,1)=diff(Y);
for j=2:n-1
for i=1:n-j
krazlike(i,j)=krazlike(i+1,j-1)-krazlike(i,j-1);
end
end
disp('Tablica konacnih razlika:');
disp(krazlike);
j=1;
while(j<=n-1)
if 2^j*tol>max(abs(krazlike(:,j)))
break;
end
j=j+1;
end
j=j-1;
%poslednja kolona koja se koristi je j-ta
y=Y(1);
q=(x-X(1))/(X(2)-X(1));
Q=q;
for i=1:j
y=y+krazlike(1,i)*Q/factorial(i);
Q=Q*(q-i);
end
```

```
-----
function C=koef(L,p,a,b)
n=length(L);
A=ones(n);
B=zeros(n,1);
for i=1:n
f=@(x) x.^(i-1);
A(i,:)= f(L);
```

```
B(i)=integral(@(x) f(x).*p(x),a,b);  
end  
C=A\B;  
X=linspace(a,b);  
Y=p(X).*p(X);
```

```
plot(X,Y);  
-----
```