Numeričke metode - MATLAB kolokvijum 26.05.2018.

**1.(10 poena)** Ocena greške Hermiteovog interpolacionog polinoma $H_n(x)$ stepena $n$, konstruisanog za funkciju $f(x) \in C^{n+1}[x_0, x_m]$, data je izrazom

$$R(x) = f(x) - H_n(x) = f[x, \underbrace{x_0, ..., x_0}_{n_0}, \underbrace{x_1, ..., x_1}_{n_1}, ..., \underbrace{x_m, ..., x_m}_{n_m}] \cdot w_{n+1}(x), \quad w_{n+1}(x) = \prod_{i=0}^{m} (x - x_i)^{n_i}.$$

Napisati M-fajl `zad1.m` sa funkcijom `zad1(f,X)` koja za prosleđenu anonimnu funkciju `f` i vektor `X` $= [\underbrace{x_0, ..., x_0}_{n_0}, \underbrace{x_1, ..., x_1}_{n_1}, ..., \underbrace{x_m, ..., x_m}_{n_m}]$ računa grešku Hermiteovog interpolacionog polinoma u 20 ekvidistantno raspoređenih tačaka intervala $[x_0, x_m]$. Na osnovu 20 dobijenih vrednosti, nacrtati grafik funkcije greške $R(x)$.

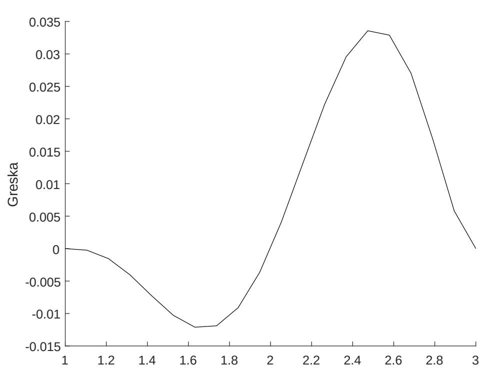
**Napomena:** Grešku računati korišćenjem gornje formule, bez formiranja polinoma.

**2.(10 poena)** Napisati M-fajl `zad2.m` sa funkcijom `[n,P]=zad2(f,tol)` koja za zadatu funkciju `f` određuje najmanji prirodan broj `n` i polinom `P` stepena `n` najbolje srednjekvadratne aproksimacije za funkciju `f` na intervalu $[-1, 1]$ u odnosu na skalarni proizvod $(g, h) = \int_{-1}^{1} \frac{g(x)h(x)}{\sqrt{1-x^2}}$, tako da greška aproksimacije ne bude veća od `tol`. Dozvoljeno je korišćenje ugrađene MATLAB funkcije za računanje integrala.

**3.(10 poena)** Za potrebe nalaženja sopstvene vrednosti $\lambda_\mu(A)$ matrice $A$, koja je po vrednosti najbliža unapred zadatoj vrednosti $\mu$, može se primeniti šiftovanje na sledeći način: Ako je matrica $A_\mu = A - \mu * I$, onda je $\lambda_\mu(A) = \lambda_{\min}(A_\mu) + \mu$, pri čemu je $\lambda_{\min}(A_\mu)$ vrednost najmanje po modulu sopstvene vrednosti matrice $A_\mu$.

Napisati M-fajl `zad3.m` sa funkcijom `L = zad3(A,m,tol)` koja koristeći šiftovanje i metodu tragova određuje sa tačnošću `tol` sopstvenu vrednost `L` matrice `A` koja je najbliža vrednosti `m`.

```
TEST PRIMERI:
>> zad1(@(x)exp(x).*x,[1 1 1 2 3 3])
```




Grafik za zad1.m

```
>> [n,P]=zad2(@(x)acos(x),0.1)
n = 3
P = -0.5659    0.0000   -0.8488    1.5708

>> A=toeplitz(4:-1:1);
>> L=zad3(A,3,1e-4)
L = 3.4142

>> L=zad3(A,2,1e-4)
L =    0.9010
```