

1) (12 poena) Napisati M-fajl *zad1.m* sa funkcijom $[p1, p2, p3] = zad1(a, b, n)$ koja deli interval $[a, b]$ na n tačaka, tabelira funkciju $f(x) = x^{20}$ i formira i vraća kao rezultat koeficijente Hermiteovih interpolacionih polinoma $p1, p2$ i $p3$. Hermiteov interpolacioni polinom $p1$ je formiran korišćenjem vrednosti funkcije i vrednosti prvog izvoda funkcije u svim tačkama, polinom $p2$ je formiran korišćenjem svih podataka zaključno sa vrednostima drugog izvoda funkcije i $p3$ je formiran korišćenjem svih podataka zaključno sa vrednostima trećeg izvoda. Funkcija treba i da skicira grafik koji sadrži funkciju $f(x)$, kao i polinome $p1, p2$ i $p3$ u različitim bojama.

2) (7 poena) Ugradjena MATLAB funkcija $expm(A)$ određuje eksponent matrice A , $expm(A) = e^A$. Napisati M-fajl *zad2.m* sa funkcijom $expA = zad2(A)$ koja oponaša rad ove ugradjene funkcije koristeći sledeće činjenice:

Teorema: Za dijagonalnu matricu $D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & d_n \end{pmatrix}$, važi da je: $e^D = \begin{pmatrix} e^{d_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{d_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & e^{d_n} \end{pmatrix}$

Teorema: Ako su matrice A i D slične, tj. ako postoji regularna matrica P takva da je $A = P^{-1}DP$, tada je $e^A = P^{-1}e^D P$

Može se pretpostaviti da će uneta matrica A biti dijagonalizibilna. Dijagonalizaciju vršiti QR algoritmom, pri čemu je za rastavljanje matrice na proizvod unitarne i gornje-trougaoe DOZVOLJENO korišćenje ugrađene MATLAB funkcije $qr()$. Kriterijum zaustavljanja QR metode bazirati na vrednosti $\epsilon = 10^{-16}$.

3) (5 poena) Napisati M-fajl *zad3.m* sa funkcijom $[c1, c2, c3, c4] = zad3(x, y)$ koja kao argumente prima vektor x koji sadrži čvorove i vektor y koji sadrži vrednosti funkcije u tim čvorovima (pretpostavka je da su dužine oba vektora >4), a zatim metodom najmanjih kvadrata, polinomom oblika $Q(x) = c_1x^5 + c_2x^3 + c_3x + c_4$ aproksimira zadatu funkciju. Kao rezultat, vraćaju se traženi koeficijenti $c1, c2, c3$ i $c4$. Operator \backslash za rešavanje sistema linearnih jednačina dozvoljeno je koristiti samo za sisteme koji imaju n jednačina sa n nepoznatih.

4) (6 poena) Napisati M-fajl *zad4.m* sa funkcijom $[X, iter] = zad4(tol, x0, y0)$ koja sa tačnošću tol Njutnovom metodom pronalazi rešenje datog sistema nelinearnih jednačina u okolini tačke $(x0, y0)^T$. Funkcija vraća rešenje sistema i broj iteracija potrebnih da se dodje do tog rešenja.

$$y(x - 1) = 1, \quad x^2 = y^2 + 1$$

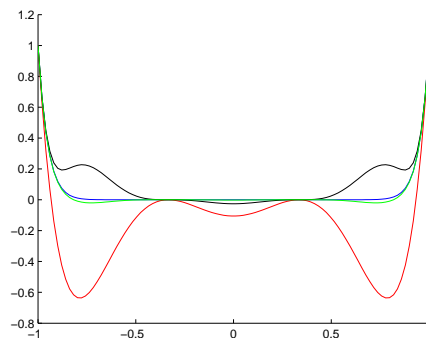
TEST PRIMER:

```
>> [p1, p2, p3]=zad1(-1,1,4)
p1 = -0.0000    9.8086         0   -10.7227   -0.0000    2.0195   -0.0000   -0.1055
p2 = -0.0000    26.8303    0.0000   -53.1711    0.0000   34.5575    0.0000   -7.9486    0.0000    0.7578
      -0.0000   -0.0258
p3 = -0.0000    24.9657    0.0000   -65.7202   -0.0000   69.2882    0.0000   -35.2672    0.0000    8.7901
      0.0000   -1.1267    0.0000    0.0719         0   -0.0018

>> a=[2 1 1;1 2 1;1 1 3];
>> expA=zad2(a)
expA =
    23.2341    20.5159    27.4830
    20.5159    23.2341    27.4830
    27.4830    27.4830    43.7500

>> x=1:0.1:2
>> y=sin(cos(x))
>> [c1,c2,c3,c4]=zad3(x,y)
c1 = 0.0207
c2 = -0.1781
c3 = -0.3152
c4 = 0.9879

>> [X,iter]=zad4(1e-5,2,2)
X =
    1.7167
    1.3953
iter =
     4
```



Grafik za zad1.m