

1. (6 poena) Odrediti na intervalu $[0, 1]$ polinom najbolje ravnomerne aproksimacije prvog stepena za funkciju $f(x) = e^x(x^2 + 2)$ i odrediti grešku aproksimacije. Koeficijente polinoma računati na 4 decimale.

2.(a)(5 poena) Householder-ovim matricama razložiti na proizvod unitarne i gornje-trougaone matrice matricu

$$A = \begin{pmatrix} -0.8 & -1.4 & 3.4 \\ -1.9 & -2.6 & 6.7 \\ -1.0 & -1.3 & 3.4 \end{pmatrix}$$

Računati na 5 decimala.

(b)(2 poena) Na osnovu jedne iteracije QR metode proceniti sopstvene vrednosti matrice A .

3.(a)(5 poena) Metodom iteracije za rešavanje sistema nelinearnih jednačina odrediti sa tačnošću $\frac{1}{2}10^{-3}$ rešenje sistema nelinearnih jednačina u oblasti $D = \{(x, y) | \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{6}, \frac{1}{6} \leq y \leq \frac{1}{2}\}$:

$$f_1(x, y) = x^3 + y^3 - 6x + 3 = 0$$

$$f_2(x, y) = x^3 - y^3 - 6y + 2 = 0.$$

(b)(2 poena) Na osnovu apriorne ocene greske proceniti broj iteracija koje je potrebno uraditi da bi se postigla tačnost 10^{-7} .

1. (6 poena) Odrediti na intervalu $[0, 1]$ polinom najbolje ravnomerne aproksimacije prvog stepena za funkciju $f(x) = e^x(x^2 + 2)$ i odrediti grešku aproksimacije. Koeficijente polinoma računati na 4 decimale.

2.(a)(5 poena) Householder-ovim matricama razložiti na proizvod unitarne i gornje-trougaone matrice matricu

$$A = \begin{pmatrix} -0.8 & -1.4 & 3.4 \\ -1.9 & -2.6 & 6.7 \\ -1.0 & -1.3 & 3.4 \end{pmatrix}$$

Računati na 5 decimala.

(b)(2 poena) Na osnovu jedne iteracije QR metode proceniti sopstvene vrednosti matrice A .

3.(a)(5 poena) Metodom iteracije za rešavanje sistema nelinearnih jednačina odrediti sa tačnošću $\frac{1}{2}10^{-3}$ rešenje sistema nelinearnih jednačina u oblasti $D = \{(x, y) | \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{6}, \frac{1}{6} \leq y \leq \frac{1}{2}\}$:

$$f_1(x, y) = x^3 + y^3 - 6x + 3 = 0$$

$$f_2(x, y) = x^3 - y^3 - 6y + 2 = 0.$$

(b)(2 poena) Na osnovu apriorne ocene greske proceniti broj iteracija koje je potrebno uraditi da bi se postigla tačnost 10^{-7} .

REŠENJA:

1. Zbirka, str 146, zad 4.46.

$$d = 0.5724, c_0 = 1.3014, c_1 = 6.1548, L = 0.6986.$$

2.a

$$H_1 = \begin{pmatrix} -0.34915 & -0.82923 & -0.43644 \\ -0.82923 & 0.49033 & -0.26825 \\ -0.43644 & -0.26825 & 0.85882 \end{pmatrix} \quad H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.77412 & -0.63303 \\ 0 & -0.63303 & 0.77412 \end{pmatrix}$$

$$H_1 H_2 A = R = \begin{pmatrix} 2.29129 & 3.21217 & -8.22681 \\ 0 & -0.30328 & 0.57403 \\ 0 & 0 & 0.00288 \end{pmatrix}$$

$$Q = (H_1 H_2)^{-1} = H_2 H_1 = \begin{pmatrix} -0.34915 & 0.91820 & 0.18707 \\ -0.82923 & -0.20977 & -0.51805 \\ -0.43644 & -0.33600 & 0.83464 \end{pmatrix}$$

2.(b)

$$R * Q = \begin{pmatrix} 0.12687732380000 & 4.19425373710000 & -8.10185774660000 \\ 0.00095922120000 & -0.12925503440000 & 0.63622260320000 \\ -0.00125694720000 & -0.00096768000000 & 0.00240376320000 \end{pmatrix}$$

3. $x = \frac{1}{6}(x^3 + y^3 + 3)$, $y = \frac{1}{6}(x^3 - y^3 + 2)$. $J = \begin{pmatrix} x^2/2 & y^2/2 \\ x^2/2 & -y^2/2 \end{pmatrix}$
 $q = 17/36$. x