

**1.(6 poena)** Odrediti interpolacioni kubni splajn periodične funkcije  $f(x)$  sa periodom jednakim  $2\pi$ , koja je data tabelom:

$x_i$	0	$\pi/2$	$\pi$	$3\pi/2$
$f(x_i)$	1	1	-1	-1

**2. (a)(3 poena)** Ispitati da li je moguće aproksimirati funkciju  $f(x) = (5-x)^{-1}$  polinomom  $p(x)$  nultog stepena tako da vazi

$$\|f - p\| = \max_{x \in [-1,1]} |f(x) - p(x)| \leq 5 \cdot 10^{-3}$$

**(b)(4 poena)** U slučaju potvrdnog odgovora pod (a) naći jedan polinom koji ispunjava zadati uslov. U slučaju negativnog odgovora pod (a), odrediti najniži stepen polinoma za koji će važiti zadati uslov i bar jedan polinom koji ga ispunjava.

**3.(7 poena)** Ispitati da li za svako  $t$  postoji neprekidna funkcija  $x(t)$  takva da je:

$$x(t) - \frac{1}{2} \sin x(t) + a(t) = 0$$

gde je  $a(t)$  zadata neprekidna funkcija. Ako postoji, odrediti broj iteracija koje je potrebno uraditi da se  $x(t)$  odredi sa tačnošću  $10^{-2}$ .

**1.(6 poena)** Odrediti interpolacioni kubni splajn periodične funkcije  $f(x)$  sa periodom jednakim  $2\pi$ , koja je data tabelom:

$x_i$	0	$\pi/2$	$\pi$	$3\pi/2$
$f(x_i)$	1	1	-1	-1

**2. (a)(3 poena)** Ispitati da li je moguće aproksimirati funkciju  $f(x) = (5-x)^{-1}$  polinomom  $p(x)$  nultog stepena tako da vazi

$$\|f - p\| = \max_{x \in [-1,1]} |f(x) - p(x)| \leq 5 \cdot 10^{-3}$$

**(b)(4 poena)** U slučaju potvrdnog odgovora pod (a) naći jedan polinom koji ispunjava zadati uslov. U slučaju negativnog odgovora pod (a), odrediti najniži stepen polinoma za koji će važiti zadati uslov i bar jedan polinom koji ga ispunjava.

**3.(7 poena)** Ispitati da li za svako  $t$  postoji neprekidna funkcija  $x(t)$  takva da je:

$$x(t) - \frac{1}{2} \sin x(t) + a(t) = 0$$

gde je  $a(t)$  zadata neprekidna funkcija. Ako postoji, odrediti broj iteracija koje je potrebno uraditi da se  $x(t)$  odredi sa tačnošću  $10^{-2}$ .

Rešenja:

1. U ovom slučaju za svako  $i$  važi  $h_i = \pi/2$  i  $\mu_i = \nu_i = 0.5$ .

$$S_{\Delta}(f; x) = 1 + 0.9549x - 0.6079x^2 + 0x^3, x \in [0, \pi/2]$$

$$S_{\Delta}(f; x) = 1 - 0.9549(x - 1.5708) - 0.6079(x - 1.5708)^2 + 0.2580(x - 1.5708)^3, x \in [\pi/2, \pi]$$

$$S_{\Delta}(f; x) = -1 - 0.9549(x - 3.1416) + 0.6079(x - 3.1416)^2 + 0(x - 3.1416)^3, x \in [\pi, 3\pi/2]$$

$$S_{\Delta}(f; x) = -1 + 0.9549(x - 4.7124) + 0.6079(x - 4.7124)^2 - 0.2580(x - 4.7124)^3, x \in [3\pi/2, 2\pi]$$

2. Zbirka, str 151, zad 4.55

3. Zbirka, str. 237, zad. 7.6