

1. Нека је дата случајна величина X са пребројиво много различитих исхода. Да ли је могуће да је њена неодређеност бесконачна?
2. Доказати да за свако $a \in [0, 1]$ важи

$$KL(ap_1 + (1-a)p_2 || aq_1 + (1-a)q_2) \leq aKL(p_1 || q_1) + (1-a)KL(p_2 || q_2).$$

3. Нека је X дискретна случајна величина. Показати да за свако $k \in \mathbb{N}$ важи

$$H(X^{2k+1}) - H(X|X^{2k}) = H(X^2)$$

4. Нека су X_1, X_2, \dots, X_n дискретне случајне величине за које важи

$$H(X_1) \leq H(X_2) \leq \dots \leq H(X_n).$$

Наћи доњу и горњу границу израза $H(X_1, X_2, \dots, X_n)$. У ком случају се те границе достижу?

5. Нека је азбука дужине n и $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$. Доказати да ако је $p_1 \geq \frac{4}{10}$, тада је најкраћа реч у бинарном Хафмановом коду дужине 1.
6. Ако је матрица преласка блок-дијагонална облика

Q_1	0
0	Q_2

тада важи да је укупан капацитет канала $\log_2(2^{C_1} + 2^{C_2})$, где су C_1 и C_2 капацитети Q_1 и Q_2 , респективно. Доказати.

7. Наћи Хафманов бинарни и терцијални код за $P\{X = a\} = 0.25$, $P\{X = b\} = 0.13$, $P\{X = c\} = 0.12$, $P\{X = d\} = 0.1$, $P\{X = e\} = 0.1$, $P\{X = f\} = 0.1$, $P\{X = g\} = 0.08$, $P\{X = h\} = 0.07$, $P\{X = i\} = 0.05$. Израчунати средњу дужину речи у оба случаја.
8. Нека је дата следећа дводимензиона расподела:

X/Y	a	b	c	d
a	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
b	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	0
c	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	0
d	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	0

Израчунати капацитет таквог канала.