Комплексна анализа, В смер
Јунски рок, 14.06.2021.

1. **а)** Нека је

$$f(z) = \begin{cases} \frac{\bar{z}^3}{z^2}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$$

Представити f у поларном облику и написати Коши-Риманове услове за тај облик. Затим испитати непрекидност, диференцијабилност и аналитичност функције f на $\mathbb{C}$.

б) Ако је функција $u(z) = \frac{2\cos 2\theta + \sin 2\theta}{\rho^2}$ реални део аналитичке функције $f = f(z)$, где је $z = \rho e^{i\theta}$, одредити f за које је $f(i) = -2$.

2. **а)** Нека је $f(z) = \frac{1}{e^{z^2}-1}$. Одредити сингуларитете функције f и њихове типове, а затим развити f у Лоранов ред до 6. степена на прстену $A = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < a\}$. Наћи највеће могуће $a > 0$ за које важи добијени развој.

б) Израчунати интеграл $\int\limits_{|z|=2} f(z)dz$.

3. У зависности од реалног параметра $a \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$, одредити вредност интеграла $\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{2-a(\cos x + \sin x)}dx$.

4. **а)** Одредити билинеарно пресликавање f које слика тачке i, 0 и 1 редом у i, $\frac{-i}{2}$ и $\frac{3-4i}{5}$.

б) Добијеним пресликавањем f пресликати област $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z-i| > 1, |z-2i| < 2\}$.

5. Нека је $f(z) = z(z-a)(z-b)$, где је $a = \sqrt{3}+i$ и $b = \sqrt{3}-i$. Ако је Ω унутрашњост троугла одређеног тачкама 0, a и b у комплексној равни, одредити $\max\limits_{z\in\overline{\Omega}} |f(z)|$.

Комплексна анализа, В смер
Јунски рок, 14.06.2021.

1. **а)** Нека је

$$f(z) = \begin{cases} \frac{\bar{z}^3}{z^2}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$$

Представити f у поларном облику и написати Коши-Риманове услове за тај облик. Затим испитати непрекидност, диференцијабилност и аналитичност функције f на $\mathbb{C}$.

б) Ако је функција $u(z) = \frac{2\cos 2\theta + \sin 2\theta}{\rho^2}$ реални део аналитичке функције $f = f(z)$, где је $z = \rho e^{i\theta}$, одредити f за које је $f(i) = -2$.

2. **а)** Нека је $f(z) = \frac{1}{e^{z^2}-1}$. Одредити сингуларитете функције f и њихове типове, а затим развити f у Лоранов ред до 6. степена на прстену $A = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < a\}$. Наћи највеће могуће $a > 0$ за које важи добијени развој.

б) Израчунати интеграл $\int\limits_{|z|=2} f(z)dz$.

3. У зависности од реалног параметра $a \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$, одредити вредност интеграла $\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{2-a(\cos x + \sin x)}dx$.

4. **а)** Одредити билинеарно пресликавање f које слика тачке i, 0 и 1 редом у i, $\frac{-i}{2}$ и $\frac{3-4i}{5}$.

б) Добијеним пресликавањем f пресликати област $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z-i| > 1, |z-2i| < 2\}$.

5. Нека је $f(z) = z(z-a)(z-b)$, где је $a = \sqrt{3}+i$ и $b = \sqrt{3}-i$. Ако је Ω унутрашњост троугла одређеног тачкама 0, a и b у комплексној равни, одредити $\max\limits_{z\in\overline{\Omega}} |f(z)|$.