

Комплексна анализа, В смер  
Јануарски рок, 30.01.2021.

- а) Користећи Коши-Риманове услове испитати диференцијабилност и аналитичност функције  $f(z) = |z| \operatorname{Im} z$ .  
б) Нека је  $u(x, y) = e^{-y}(x \cos x - y \sin x) + x^2 - y^2$ . Доказати да је  $u$  хармонијска функција на  $\mathbb{C}$ , а затим одредити аналитичку функцију  $f$  тако да је  $\operatorname{Re} f = u$  на  $\mathbb{C}$ .
- Израчунати интеграл  $\int_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{z^2}{e^{2\pi iz^3} - 1} dz$ .
- У зависности од реалног параметра  $a \in (-1, 1)$ , одредити вредност интеграла  $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2x}{1 - a \cos x} dx$ .
- а) Одредити билинеарно пресликавање  $f$  које слика тачке  $\infty$ ,  $\frac{-i}{2}$  и  $i$  редом у  $1$ ,  $-1$  и  $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ .  
б) Добијеним пресликавањем  $f$  пресликати област  $E = \{z \in \mathbb{C} : |z + i| > 1, |z| < 1\}$ .
- Наћи све целе функције  $f$  за које је  $f'(1 + \frac{\sin n}{n}) = f''(1 + \frac{\sin n}{n})$ .

Комплексна анализа, В смер  
Јануарски рок, 30.01.2021.

- а) Користећи Коши-Риманове услове испитати диференцијабилност и аналитичност функције  $f(z) = |z| \operatorname{Im} z$ .  
б) Нека је  $u(x, y) = e^{-y}(x \cos x - y \sin x) + x^2 - y^2$ . Доказати да је  $u$  хармонијска функција на  $\mathbb{C}$ , а затим одредити аналитичку функцију  $f$  тако да је  $\operatorname{Re} f = u$  на  $\mathbb{C}$ .
- Израчунати интеграл  $\int_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{z^2}{e^{2\pi iz^3} - 1} dz$ .
- У зависности од реалног параметра  $a \in (-1, 1)$ , одредити вредност интеграла  $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2x}{1 - a \cos x} dx$ .
- а) Одредити билинеарно пресликавање  $f$  које слика тачке  $\infty$ ,  $\frac{-i}{2}$  и  $i$  редом у  $1$ ,  $-1$  и  $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ .  
б) Добијеним пресликавањем  $f$  пресликати област  $E = \{z \in \mathbb{C} : |z + i| > 1, |z| < 1\}$ .
- Наћи све целе функције  $f$  за које је  $f'(1 + \frac{\sin n}{n}) = f''(1 + \frac{\sin n}{n})$ .