

**Комплексна анализа Б**  
**Септембар 1, 11.09.2021.**

1. У зависности од реалног параметра  $\alpha \in (0, 1)$ , израчунати вредност интеграла  $I = \int_0^{\infty} \frac{x^\alpha \ln x}{1-x^2} dx$ .
2. Одредити све нуле полинома  $q(z) = 2z^4 - 3z^3 + z^2 - z + 1$ , а затим одредити колико нула у сваком квадранту има полином  $p(z) = 2z^4 - 3z^3 + 3z^2 - z + 1$ ?
3. Нека је  $f$  холоморфна функција из  $\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im } z > 0\}$  у  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1, \text{Im } z > 0\}$  тако да је  $f(i) = 2i$ . Одредити највећу могућу вредност коју може имати  $|f'(i)|$  и одредити за које  $f$  се та вредност достиже.
4. Да ли постоје неконстантне целе функције  $f$  и  $g$  такве да је  $e^{f(z)} + e^{g(z)} = 1$ , за све  $z \in \mathbb{C}$ ? Ако постоје, наћи бар један пар таквих функција.
5. Испитати да ли је тачан следећи развој:

$$\text{th } z = 2z \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{((2n-1)\frac{\pi}{2})^2 + z^2}.$$

**Комплексна анализа Б**  
**Септембар 1, 11.09.2021.**

1. У зависности од реалног параметра  $\alpha \in (0, 1)$ , израчунати вредност интеграла  $I = \int_0^{\infty} \frac{x^\alpha \ln x}{1-x^2} dx$ .
2. Одредити све нуле полинома  $q(z) = 2z^4 - 3z^3 + z^2 - z + 1$ , а затим одредити колико нула у сваком квадранту има полином  $p(z) = 2z^4 - 3z^3 + 3z^2 - z + 1$ ?
3. Нека је  $f$  холоморфна функција из  $\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im } z > 0\}$  у  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1, \text{Im } z > 0\}$  тако да је  $f(i) = 2i$ . Одредити највећу могућу вредност коју може имати  $|f'(i)|$  и одредити за које  $f$  се та вредност достиже.
4. Да ли постоје неконстантне целе функције  $f$  и  $g$  такве да је  $e^{f(z)} + e^{g(z)} = 1$ , за све  $z \in \mathbb{C}$ ? Ако постоје, наћи бар један пар таквих функција.
5. Испитати да ли је тачан следећи развој:

$$\text{th } z = 2z \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{((2n-1)\frac{\pi}{2})^2 + z^2}.$$