

Комплексна анализа, В смер
Септембар 1, 08.09.2021.

- а) Користећи Коши-Риманове услове испитати диференцијабилност и аналитичност функције $f(z) = \bar{z}^2$.
б) Нека је $u(x, y) = x \cos x \operatorname{ch} y + y \sin x \operatorname{sh} y + e^x \cos y$. Доказати да је u хармонијска функција на \mathbb{C} , а затим одредити аналитичку функцију f тако да је $\operatorname{Re} f = u$ на \mathbb{C} .
- Одредити Лоранов развој функције $f(z) = \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{z}}{z}$ око тачке $z = 0$ и израчунати интеграл $\int_{|z|=1} e^z f(z) dz$.
- Уз помоћ Кошијеве теореме о остацима одредити вредност интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+a^2)^n} dx$, у зависности од реалног параметра $a > 0$ и природног броја n .
- а) Одредити билинеарно пресликавање f које слика тачке $0, \infty$ и 1 редом у $-1, 1$ и $\frac{3-4i}{5}$.
б) Добијеним пресликавањем f пресликати област $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 1, |z - 1 + \frac{i}{2}| < 1\}$.
- Одредити све аналитичке функције f на $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| < 1\}$ такве да је $f(\frac{n}{n+1}) = 1 - \frac{1}{2n^2+2n+1}$, за све $n \in \mathbb{N}$. Да ли постоји цела функција f за коју важи тражено?

Комплексна анализа, В смер
Септембар 1, 08.09.2021.

- а) Користећи Коши-Риманове услове испитати диференцијабилност и аналитичност функције $f(z) = \bar{z}^2$.
б) Нека је $u(x, y) = x \cos x \operatorname{ch} y + y \sin x \operatorname{sh} y + e^x \cos y$. Доказати да је u хармонијска функција на \mathbb{C} , а затим одредити аналитичку функцију f тако да је $\operatorname{Re} f = u$ на \mathbb{C} .
- Одредити Лоранов развој функције $f(z) = \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{z}}{z}$ око тачке $z = 0$ и израчунати интеграл $\int_{|z|=1} e^z f(z) dz$.
- Уз помоћ Кошијеве теореме о остацима одредити вредност интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+a^2)^n} dx$, у зависности од реалног параметра $a > 0$ и природног броја n .
- а) Одредити билинеарно пресликавање f које слика тачке $0, \infty$ и 1 редом у $-1, 1$ и $\frac{3-4i}{5}$.
б) Добијеним пресликавањем f пресликати област $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 1, |z - 1 + \frac{i}{2}| < 1\}$.
- Одредити све аналитичке функције f на $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| < 1\}$ такве да је $f(\frac{n}{n+1}) = 1 - \frac{1}{2n^2+2n+1}$, за све $n \in \mathbb{N}$. Да ли постоји цела функција f за коју важи тражено?