(2)

$$f(x) = 2\operatorname{arctg}\frac{1}{|x|} + \arcsin\frac{2x}{1+x^2}$$

1° $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$-1 \le \frac{2x}{1+x^2} \le 1 \quad ✓$$

2° нуле и знак ф-је: ...

3° ни/ни/ни

4° асимптоте:

вертикалне: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 2\cdot\frac{\pi}{2} + 0 = \pi$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \pi$

хоризонталне: $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0$ $\quad y=0$ је хор. а. кад $x\to\pm\infty$

нема косих.

5° $f'(x) = ?$

за $x>0$: $$f'(x) = 2\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{x^2}}\cdot\frac{-1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{1-\frac{4x^2}{(1+x^2)^2}}}\cdot\frac{2+2x^2-2x\cdot 2x}{(1+x^2)^2}$$

$$= \frac{-2}{x^2+1} + \frac{2(1-x^2)}{\sqrt{(1-x^2)^2}\cdot(1+x^2)} = \frac{-2}{x^2+1} + \frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)|1-x^2|}$$

$$= \begin{cases} 0, & x\in(0,1) \\ \frac{-4}{x^2+1}, & x\in(1,+\infty) \end{cases}$$

$f = C_1$ на $(0,1)$

$f \downarrow$ на $(1,+\infty)$

за $x<0$: $$f'(x) = \frac{2}{x^2+1} + \frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)|1-x^2|} = \begin{cases} 0, & x\in(-\infty,-1) \\ \frac{4}{x^2+1}, & x\in(-1,0) \end{cases}$$

$f = C_2$ на $(-\infty,-1)$

$f \uparrow$ на $(-1,0)$

приметимо да f' није деф. за $x=\pm 1$

$$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to 1^+} f'(x) &= -2 \\ \lim_{x\to 1^-} f'(x) &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow f \text{ није диф у } 1$$

$$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to -1^+} f'(x) &= 2 \\ \lim_{x\to -1^-} f'(x) &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow f \text{ није диф. у } -1$$