①

$$f(x)=\frac{1}{\log\left(1+\frac{1}{|x|}\right)}-|x|$$

1° $D_f=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$1+\frac{1}{|x|}>1$, па је $\log\left(1+\frac{1}{|x|}\right)>0$

2° нуле и знак:

(*) $\log(1+t)\leq t \quad \forall t>-1$

доказ:

$g(t)=t-\log(1+t)$

$g'(t)=1-\frac{1}{1+t}=\frac{t}{1+t}$

	-1		0
t		$-$	$+$
$1+t$		$+$	$+$
$g'(t)$		$-$	$+$
g		$\searrow$	$\nearrow$

$g(0)=0$

за $t\in(-1,0)$ је $g(t)>g(0)$ јер $g\downarrow$ на $(-1,0)$

за $t\in(0,\infty)$ је $g(t)>g(0)$ јер $g\uparrow$ на $(0,+\infty)$

$\Rightarrow g(t)\geq 0 \quad \forall t>-1$

$g(t)=0 \Leftrightarrow t=0$

за $t=\frac{1}{|x|}$: $\quad \log\left(1+\frac{1}{|x|}\right)\leq\frac{1}{|x|}$

$\frac{1}{\log\left(1+\frac{1}{|x|}\right)}\geq|x|$, = важи за $\frac{1}{|x|}=0$, али то није могуће ни за једно x

$\Rightarrow \frac{1}{\log\left(1+\frac{1}{|x|}\right)}>|x|$ на D_f

$\Rightarrow f(x)>0$ на D_f

f нема нула

3° $f(-x)=f(x)\Rightarrow f$ је парна ф-ја

Биће довољно испитати ф-ју и скицирати график на $\mathbb{R}^+$, а затим због парности пресликати симетрично у односу на y осу

4° асимптоте: (надаље посматрано све на $\mathbb{R}^+=(0,+\infty)$)

вертикалне: $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(\frac{1}{\log\left(1+\frac{1}{|x|}\right)}-|x|\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(\underbrace{\frac{1}{\underbrace{\log\left(1+\frac{1}{x}\right)}_{\to+\infty}}}_{\to 0}-x\right)=0$

$\Rightarrow$ нема вертикалних асимптота