⑤ $f(x) = \operatorname{arctg} e^x - \log\sqrt{\frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}} = \operatorname{arctg} e^x - \frac{1}{2}(\log(e^{2x}) - \log(e^{2x}+1))$

$f(x) = \operatorname{arctg} e^x - \frac{1}{2}(2x - \log(e^{2x}+1)) = \operatorname{arctg} e^x - x + \frac{1}{2}\log(e^{2x}+1)$

1) $D_f = \mathbb{R}$

2) $f(0) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\log 2$

нуле и знак ???

3) ни/ни/ни

4) вертикалне нема

косе и хор: $f(x) = \operatorname{arctg}(e^x) \cancel{- x} + \frac{1}{2}\cancel{\log e^{2x}} + \frac{1}{2}\log(1+e^{-2x})$

$\operatorname{arctg}(e^{-x}) = \operatorname{arctg}($

$= \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{e^x}\right) + \frac{1}{2}\log\left(1+\frac{1}{e^{2x}}\right)$, $x\to+\infty$

$= \frac{\pi}{2} - \left(\frac{1}{e^x} + o\left(\frac{1}{e^x}\right)\right) + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{e^{2x}} + o\left(\frac{1}{e^{2x}}\right)\right)$

$\sqrt{\ }$ $o\left(\frac{1}{e^x}\right) = o\left(\frac{1}{x}\right)$

$= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{e^x} + \frac{1}{2e^{2x}} + o\left(\frac{1}{e^x}\right)$, $x\to+\infty$

Зер: $\lim_{x\to+\infty} f(x)e^x = 0$

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} f(x)x = 0$

$= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{e^x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$, $x\to+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ и график испод

$\sqrt{\ }$ $o(e^x) = o\left(\frac{1}{x}\right)$, $x\to-\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)e^{-x} = 0$

$\Rightarrow \lim_{x\to-\infty} f(x)x = 0$

$f(x) = \operatorname{arctg}(e^x) - x + \frac{1}{2}\log(1+e^{2x})$, $x\to-\infty$

$= e^x + o\left(\frac{1}{x}\right) - x + \frac{1}{2}\left(e^{2x} + o\left(\frac{1}{e^{2x}}\right)\right)$

$= e^x - x + o\left(\frac{1}{x}\right)$, $x\to-\infty$

$y = -x$ је коса а. кад $x\to-\infty$, график изнад ?

5) $f'(x) = \frac{e^x - 1}{1+e^{2x}}$

за $x<0$ је $f'<0$

за $x>0$ је $f'>0$

| | | 0 |
|---|---|---|
| $f'$ | $-$ | $+$ |
| $f$ | ↘ | ↗ |

$f(0) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\log 2 > 0$ локални min али и глобални!

$f(x) > f(0)$ $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$

6) $f''(x) = \frac{-e^x}{(1+e^{2x})^2}(e^{2x} - 2e^x - 1)$

$= \frac{-e^x}{(1+e^{2x})^2}((e^x)^2 - 2e^x - 1)$

$\ln(1+\sqrt{2}) < 1$

0

$t^2 - 2t - 1 = 0$

$t_{1,2} = \frac{2\pm\sqrt{4+4}}{2} = \frac{2\pm2\sqrt{2}}{2} = 1\pm\sqrt{2}$

за $e^x\in(0, 1+\sqrt{2})$ је $<0$

за $e^x\in(1+\sqrt{2}, +\infty)$ је $>0$

за $x\in(-\infty, \ln(1+\sqrt{2}))$ је $<0$

за $x\in(\ln(1+\sqrt{2}), +\infty)$ је $>0$

$+$ $1-\sqrt{2}$ $-$ $1+\sqrt{2}$ $+$ (0)

$e^x > 0$

| | | $\ln(1+\sqrt{2})$ |
|---|---|---|
| $f''$ | $+$ | $-$ |
| $f$ | $\cup$ | $\cap$ |