4

$$f(x)=x+\operatorname{arctg}(x^3-1)$$

1° домен: $\mathbb{R}$

2° $f(x)=0$ $\quad x+\operatorname{arctg}(x^3-1)=0$?

$f(x)>0$ за $x>1$

$f(x)<0$ за $x<-1$

3° ни/ни/ни

4° асимптоте:

вертикалне: нема кандидата

кос и хор:

$$f(x)=x+\operatorname{arctg}(x^3-1)=x+\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{1}{x^3-1}, \quad x\to+\infty$$

$$=x+\frac{\pi}{2}-\left(\frac{1}{x^3-1}+o\left(\frac{1}{x^3}\right)\right)=x+\frac{\pi}{2}-\frac{1}{x^3-1}+o\left(\frac{1}{x^3}\right), \quad x\to+\infty$$

$y=x+\frac{\pi}{2}$ је к.а кад $x\to+\infty$ (график је испод)

$$f(x)=x-\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{1}{x^3-1}=x-\frac{\pi}{2}-\frac{1}{x^3-1}+o\left(\frac{1}{x^3}\right), \quad x\to-\infty$$

$y=x-\frac{\pi}{2}$ је к.а кад $x\to-\infty$ (график је изнад)

5° $f'(x)=1+\frac{1}{1+(x^3-1)^2}\cdot 3x^2>0$ за $\forall x\in D_f \Rightarrow f\uparrow$ на D_f

6° $f''(x)=\frac{6x(-2x^6+x^3+2)}{(1+(x^3-1)^2)^2}$, $\quad \overset{g(x)}{\overbrace{-2x^6+x^3+2}}=0$

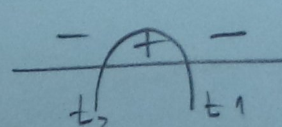
$t=x^3$

$-2t^2+t+2=0$

$$t_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+16}}{-4}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{-4}=\frac{1\mp\sqrt{17}}{4}$$

$t_1=\frac{1+\sqrt{17}}{4}$ <

$t_2=\frac{1-\sqrt{17}}{4}$



$$\boxed{x_1=\sqrt[3]{\frac{1+\sqrt{17}}{4}} \quad x_2=\sqrt[3]{\frac{1-\sqrt{17}}{4}}}$$

$\varphi(x)=\operatorname{arctg}x+\operatorname{arctg}\frac{1}{x}$

$\varphi'(x)=0$

$$\varphi(x)=\begin{cases}\frac{\pi}{2}, & x>0\\ -\frac{\pi}{2}, & x<0\end{cases}$$

$$\operatorname{arctg}x=x-\frac{x^3}{3}+o(x^3), \quad x\to 0$$