Ispit iz elementarne teorije brojeva, jun 1, 3L, 11.6.2020.

1. (10) Za prirodne brojeve a, b, c, d važi $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. Da li je tada $a + b + c + d$ složen broj?
2. (10) Naći sva rešenja jednačine $x^2 - 8x + 20 = y^2$ u skupu prirodnih brojeva.
3. (10) Ako je p prost broj, dokazati da $p^3 \mid (p!)^2 - p^2$.
4. (10) Da li postoji ceo broj x takav da $127 \mid x^2 + 39$?
5. (10) Naći najveći zajednički delilac brojeva $16 - 12i$ i $9 - 5i$.
6. (13) Dat je prirodan broj n. Odrediti broj rešenja jednačine $x^2 - [x^2] = (x - [x])^2$ za koje je $x \in [1, n]$.
7. (12) Ako su p i $2p^2 + 1$ prosti brojevi, dokazati da je i $3p^2 + 2$ takođe prost.

Ispit iz elementarne teorije brojeva, jun 1, 3L, 11.6.2020.

1. (10) Za prirodne brojeve a, b, c, d važi $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. Da li je tada $a + b + c + d$ složen broj?
2. (10) Naći sva rešenja jednačine $x^2 - 8x + 20 = y^2$ u skupu prirodnih brojeva.
3. (10) Ako je p prost broj, dokazati da $p^3 \mid (p!)^2 - p^2$.
4. (10) Da li postoji ceo broj x takav da $127 \mid x^2 + 39$?
5. (10) Naći najveći zajednički delilac brojeva $16 - 12i$ i $9 - 5i$.
6. (13) Dat je prirodan broj n. Odrediti broj rešenja jednačine $x^2 - [x^2] = (x - [x])^2$ za koje je $x \in [1, n]$.
7. (12) Ako su p i $2p^2 + 1$ prosti brojevi, dokazati da je i $3p^2 + 2$ takođe prost.