

4. Сprovedено је истраживање навика јелена у сезони јелена. Изабране су четири стазе за које се зна да их јелени користе. Просечан број отисака, који се налазе недељно на одређеном делу сваке путање, одређује се пре почетка сезоне јелена, током сезоне, и после завршетка сезоне јелена. Стазе се третирају као блокови, и добијени су следећи подаци.

| стаза | пре  | током | после |
|-------|------|-------|-------|
| 1     | 62.5 | 57.0  | 49.0  |
| 2     | 46.5 | 53.3  | 50.0  |
| 3     | 45.0 | 59.3  | 37.0  |
| 4     | 24.0 | 35.7  | 50.0  |

а) Тестирати  $H_0 : \mu_1. = \mu_2. = \mu_3.$

б) Ако су пронађене разлике у делу **а**, користити Бонферонијев Т тест са укупним  $\alpha$  нивоом од највише 0.15 да се укаже на разлике које постоје.

в) Оценити релативну ефикасност и прокоментарисати ефикасност блоковања.

Решење

а) Подаци из задатка и израчунате вредности основних статистика биће приказани у следећој табели. Број поступака је  $k = 3$ , а број блокова је  $b = 4$ , укупан број посматрања је  $N = k \cdot b = 12$ .

| стаза | пре                   | током                   | после                 |                       |                        |
|-------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| 1     | 62.5                  | 57.0                    | 49.0                  | $T_{1.} = 168.5$      | $\bar{x}_{.1} = 56.17$ |
| 2     | 46.5                  | 53.3                    | 50.0                  | $T_{2.} = 149.8$      | $\bar{x}_{.2} = 49.93$ |
| 3     | 45.0                  | 59.3                    | 37.0                  | $T_{3.} = 141.3$      | $\bar{x}_{.3} = 47.1$  |
| 4     | 24.0                  | 35.7                    | 50.0                  | $T_{4.} = 109.7$      | $\bar{x}_{.4} = 36.57$ |
|       | $T_{1.} = 178$        | $T_{2.} = 205.3$        | $T_{3.} = 186$        | $T_{.} = 569.3$       |                        |
|       | $\bar{x}_{1.} = 44.5$ | $\bar{x}_{2.} = 51.325$ | $\bar{x}_{3.} = 46.5$ | $\bar{x}_{.} = 47.44$ |                        |

Тестирамо хипотезу о једнакости очекивања, тј.  $H_0 : \mu_1. = \mu_2. = \mu_3.$  против алтернативе  $H_1$  да очекивања нису једнака, и рачунамо потребне податке:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 x_{ij}^2 = 28320.37$$

$$\frac{T_{.}^2}{kb} = 27008.54$$

$$\sum_{i=1}^4 \frac{T_{i.}^2}{b} = 27107.02$$

$$\sum_{j=1}^3 \frac{T_{.j}^2}{k} = 27610.69$$

$$SS_{Tr} = 27107.02 - 27008.54 = 98.48$$

$$SS_{Block} = 27610.69 - 27008.54 = 602.15$$

$$SS_{Total} = 28320.37 - 27008.54 = 1311.83$$

$$SS_E = SS_{Total} - SS_{Block} - SS_{Tr} = 1311.83 - 602.15 - 98.48 = 611.2$$

АНОВА табела сумира ова рачунања:

| Извор варијације | Степени слободе | Сума квадрата | Средина квадрата | F однос |
|------------------|-----------------|---------------|------------------|---------|
| Поступак         | 2               | 98.48         | 49.24            | 0.48    |
| Блок             | 3               | 602.15        | 200.72           |         |
| Грешка           | 6               | 611.2         | 101.87           |         |
| Тотал            | 11              | 1311.83       |                  |         |

$$MS_{Tr} = \frac{SS_{Tr}}{k-1} = 49.24, \text{ и } MS_E = \frac{SS_E}{(k-1)(b-1)} = 101.87.$$

Из таблица за  $F$  расподелу са 2 и 6 степени слободе видимо да је  $p$ -вредност већа од  $\alpha = 0.05$ , самим тим прихватамо хипотезу  $H_0$ .

б)

- $H_0(\mu_1 = \mu_2)$  против  $H_1(\mu_1 \neq \mu_2)$ :

$$T_{12-3} = \frac{|44.5 - 51.324|}{\sqrt{101.87(\frac{1}{4} + \frac{1}{4})}} = 0.96$$

$$\Rightarrow p\text{-вредност} \in (0.2, 0.5)$$

- $H_0(\mu_1 = \mu_3)$  против  $H_1(\mu_1 \neq \mu_3)$ :

$$T_{12-3} = \frac{|44.5 - 46.5|}{\sqrt{101.87(\frac{1}{4} + \frac{1}{4})}} = 0.28$$

$$\Rightarrow p\text{-вредност} \approx 0.8$$

- $H_0(\mu_2 = \mu_3)$  против  $H_1(\mu_2 \neq \mu_3)$ :

$$T_{12-3} = \frac{|46.5 - 51.324|}{\sqrt{101.87(\frac{1}{4} + \frac{1}{4})}} = 0.68$$

$$\Rightarrow p\text{-вредност} \approx 0.5$$

Све три  $p$ -вредности су веће од 0.1, па је укупни ниво поверења већи од  $1 - (1 - 0.1)^3 = 0.271$ . Дакле, нисмо у могућности да одбацимо  $H_0$ .

в) Сада ћемо оценити релативну ефикасност, по формули:

$$\widehat{RE} = c + (1 - c) \frac{MS_{Block}}{MS_E}, \text{ где је } c = \frac{b(k-1)}{bk-1}.$$

$$c = 4 \cdot 2 / 11 = 0.73$$

$$MS_{Block} = \frac{SS_{Block}}{b-1} = \frac{602.14}{3} = 200.71$$

$$\widehat{RE} = 0.73 + (1 - 0.73) \frac{200.71}{101.87} = 1.26,$$

Видимо да је  $\widehat{RE} < 1$  па блоковање је корисно.