

**ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б - ТЕСТ 1**  
**13. АПРИЛ 2017.**

1. Нека је  $X$  позната случајна величина. Одредити карактеристичну функцију случајне величине  $Y = 1 - \frac{X}{3}$ . (2 поена)
2. Општи члан  $V_n$  низа независних случајних величина има  $\left( \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{\sqrt{n^3}} & \frac{1}{n^2} & 1 - \frac{1}{\sqrt{n^3}} - \frac{1}{n^2} \end{array} \right)$  расподелу. Испитати скоро сигурну конвергенцију низа  $(V_n)$ . (2 поена)
3. Формулисати јаки закон великих бројева, као и две одговарајуће теореме Колмогорова. (2 поена)
4. Случајна величина  $X$  има закон расподеле  $\left( \begin{array}{ccc} -2 & 0 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array} \right)$ . Одредити карактеристичну функцију случајне величине  $X$ . (2 поена)
5. Проценити вероватноћу да се у 180 бацања коцкице појави мање од 20 петица. (2 поена)

**ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б - КОЛОКВИЈУМ 1**  
**13. АПРИЛ 2017.**

1. Општи члан низа независних случајних величина  $X_n$  има расподелу  $\left( \begin{array}{cc} 1 - \frac{3}{2^n} & 1 + \frac{3}{2^n} \\ 0.5 & 0.5 \end{array} \right)$ . Показати да низ  $S_n = \frac{\sum_{k=1}^n X_k - n}{3}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  у расподели конвергира ка  $Y \in \mathcal{U}[-1, 1]$ . (10 поена)  
**Напомена:**  $\varphi_Y(t) = \frac{\sin t}{t}$ ,  $t \neq 0$ .
2. Општи члан  $V_n$  низа независних случајних величина има експоненцијалну  $\varepsilon \left( 1 + \frac{1}{n} \right)$  расподелу. Испитати све четири врсте конвергенције низа  $W_n = \max\{2, V_n\}$ . (10 поена)

**ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б - ТЕСТ 2**  
**16. ЈУН 2017.**

1. Нека је  $(X_1, X_2)$  прост случајан узорак из експоненцијалне  $\varepsilon(\frac{1}{\theta})$  расподеле. Испитати непристрасност оцене  $\hat{\theta} = \frac{4}{\pi} \sqrt{X_1 X_2}$ . (2 поена)
2. Обележје  $X$  има нормалну  $N(0, \sigma^2)$  расподелу. Нека је  $U = X_1^2 + X_2^2$ , а  $V = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2$ . Да ли се може одредити (без рачунања) коју расподелу има статистика  $\frac{3U}{2V}$ ? Одговор образложити. (2 поена)
3. Одредити оцену максималне веродостојности параметра  $p$  из геометријске расподеле. (2 поена)
4. Нека је  $(X_1, X_2, X_3)$  прост случајан узорак из нормалне  $N(m, \sigma^2)$  расподеле и нека су  $\bar{X}_3$  и  $T = \frac{1}{5}(2X_1 + X_2 + 2X_3)$  оцене параметра  $m$ . Која оцена је боља у средње квадратном смислу? (2 поена)
5. Написати како изгледа тест статистика Пирсоновог  $\chi^2$  теста, коју расподелу има и како изгледа одговарајућа критична област. (2 поена)

**Напомена:**  $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$

**ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б - КОЛОКВИЈУМ 2**  
**16. ЈУН 2017.**

1. Обележје  $X$  има густину расподеле  $f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2}, & 0 < x \leq \theta; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$

- а) Одредити оцену максималне веродостојности  $\hat{\theta}$  параметра  $\theta$ . (3 поена)
- б) Одредити константу  $c$  тако да  $c\hat{\theta}$  буде непристрасна оцена параметра  $\theta$ . (3 поена)
- в) Испитати постојаност оцене  $\hat{\theta}$ . (4 поена)

2. Власник књижаре жели да одреди просечну старост својих купаца и претпоставља да године старости купаца имају нормалну расподелу. Једног дана у књижару је дошло 26 купаца чији је средњи број година 36, а стандардно одступање 5 година.

- а) Одредити 95% једнострану  $(A, \infty)$  интервал поверења за средњу вредност. (3 поена)
- б) Одредити 98% интервал поверења за дисперзију. (3 поена)
- в) Ако су следећег дана дошла 32 купца чији је просечни број година 40, тестирати једнакост средњих вредности током ова два дана са нивоом значајности 0.05. Претпоставља се да је стандардно одступање у оба случаја  $\sigma = 5$ . (4 поена)