

PROCEDURA T-TEST ZA NEZAVISNE UZORKE

Marina Radojičić 81/2011

Mina Prokić 74/2011

Jovana Kubura 36/2011

UVOD

- T-test za nezavisne uzorke, poznat i kao Studentov t-test, upoređuje srednje vrednosti dve nezavisne grupe uzoraka, iste zavisne promenljive, neprekidnog tipa.
- Ovaj test se primenjuje kada je nepoznata varijansa osnovnih skupova, tako da se ona ocenjuje na osnovu uzoračke varijanse
- Nulta hipoteza glasi: $H_0: \mu_1 = \mu_2$

- Nakon što se varijansa osnovnih skupova oceni varijansama uzorka, ove ocene se primenjuju za određivanje standardne greške
- Razlikuju se dva slučaja:
 - Varijanse skupova su medju sobom jednake
 - Varijanse skupova su različite
- Ukoliko su varijanse jednake, njihovu jedinstvenu vrednost σ^2 ocenjujemo. Hipoteza o jednakosti aritmetičkih sredina dva skupa testira se primenom t-testa, čija je statistika:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}}$$

- ◉ Pod pretpostavkom da je hipoteza H_0 tačna, statistika ima Studentovu raspodelu sa N_1+N_2-1 stepeni slobode
- ◉ Ukoliko varijanse nisu jednake, koristi se sledeća t statistika:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}}$$

- ◉ Za testiranje hipoteze o jednakosti varijansi koristi se Levenov test, koji je najmanje osetljiv na pretpostavku o normalnosti raspodela.

PRIMERI UPOTREBE T-TESTA

- provera zavisnosti plate od pola
- provera uticaja nivoa obrazovanja na zabrinutost pred test (zavisna promenljiva: zabrinutost pred test, nezavisna: nivo obrazovanja)

ANALIZA PODATAKA

- Pred analizu podataka t-testom, moramo proveriti sledeće uslove:
 1. Zavisna promenljiva je neprekidnog tipa
 2. Nezavisna promenljiva se sastoji iz dve nezavisne kategoričke grupe
 3. Opservacije treba da budu nezavisne. Ako ovaj uslov nije ispunjen t-test se ne može koristiti, pa treba primeniti neki drugi statistički test.
 4. Ne bi trebalo da postoje značajniji autlajeri jer smanjuju validnost dobijenih rezultata

6. Zavisna promenljiva ima približno normalnu raspodelu za svaku grupu nezavisnih promenljivih.
Provera: Šapiro-Vilkov test normalnosti

 7. Mora važiti homogenost varijanse.
Testiranje pomoću Levenovog testa za homogenost varijanse.
 - Ova provera nije neophodna jer je uključena u sam test
-
- Samo ako su ove pretpostavke zadovoljene, t-test daje validan rezultat
 - Prve tri pretpostavke su teorijskog karaktera, dok se poslednje tri mogu proveriti pomoću SPSS-a

- Ne zaboravite da koristite kategorije za vrednost (npr. 1=..., 2=...). Biće vam potrebna i zavisna promenljiva, pri čemu se svakom učesniku dodeljuje pojedinačni rezultat.

Cancer.sav [DataSet7] - IBM SPSS Statistics Data Editor

	ID	TRT	AGE	WEIGHIN	STAGE	TOTAL...	TOTALCW2	TOTALCW4	TOTALCW6
1	1	1	52	124	2	6	6	6	7
2	5	0	77	137	1	9	6	10	9
3	6	0	70	137	4	7	9	17	19
4	9	0	61	180	1	6	7	9	3
5	11	0	61	176	2	6	7	16	13
6	15	0	61	168	1	6	7	6	11
7	21	0	67	166	1	6	7	11	10
8	26	0	56	166	3	6	7	15	15
9	31	0	61	164	1	6	9	6	8
10	35	0	61	164	1	4	8	8	7
11	3	0	61	164	1	8	11	11	11
12	41	0	61	164	1	6	9	6	6
13	45	0	61	164	1	6	8	9	10
14	2	0	46	164	2	7	16	9	10
15	12	1	56	227	4	6	10	11	9
16	14	1	42	163	1	4	6	8	7
17	16	1	44	261	2	6	11	11	14
18	22	1	27	225	1	6	7	6	6
19	24	1	68	226	4	12	11	12	9
20	34	1	77	164	2	5	7	13	12
21	37	1	86	140	1	6	7	7	7
22	42	1	73	182	0	8	11	16	.
23	44	1	67	187	1	5	7	7	7

Promenljiva grupisanja sa kategorijama, npr.0, 1, 2...

Zavisna promenljiva rezultata

- ⦿ Treba dobro da ispitajte podatke (npr. pravljenjem histograma, boxplot-ova, itd.) kako biste proverili da li su zadovoljene pretpostavke testa
- ⦿ Upotrebu t-testa ćemo pokazati na bazi podataka Cancer.sav
- ⦿ Kada utvrdite da ste zadovoljni ispunjenjem parametarskih pretpostavki, možete da pokrenete t-test:

Analyze → Compare Means → Independent-Samples T Test...

Cancer.sav [DataSet7] - IBM SPSS Statistics Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help

Reports
 Descriptive Statistics
 Tables
Compare Means
 General Linear Model
 Generalized Linear Models
 Mixed Models
 Correlate
 Regression
 Loglinear
 Neural Networks
 Classify
 Dimension Reduction
 Scale
 Nonparametric Tests
 Forecasting
 Survival
 Multiple Response
 Missing Value Analysis...
 Multiple Imputation
 Complex Samples
 Simulation...
 Quality Control
 ROC Curve...
 IBM SPSS Amos...

Label	Values	Missing	Columns	Align	Measure	Role
			2	Right	Scale	Input
			3	Right	Nominal	Input
			3	Right	Scale	Input
			6	Right	Scale	Input
			6	Right	Scale	Input
			6	Right	Scale	Input
	None	None	7	Right	Scale	Input
	None	None	7	Right	Scale	Input
	None	None	9	Right	Scale	Input

1

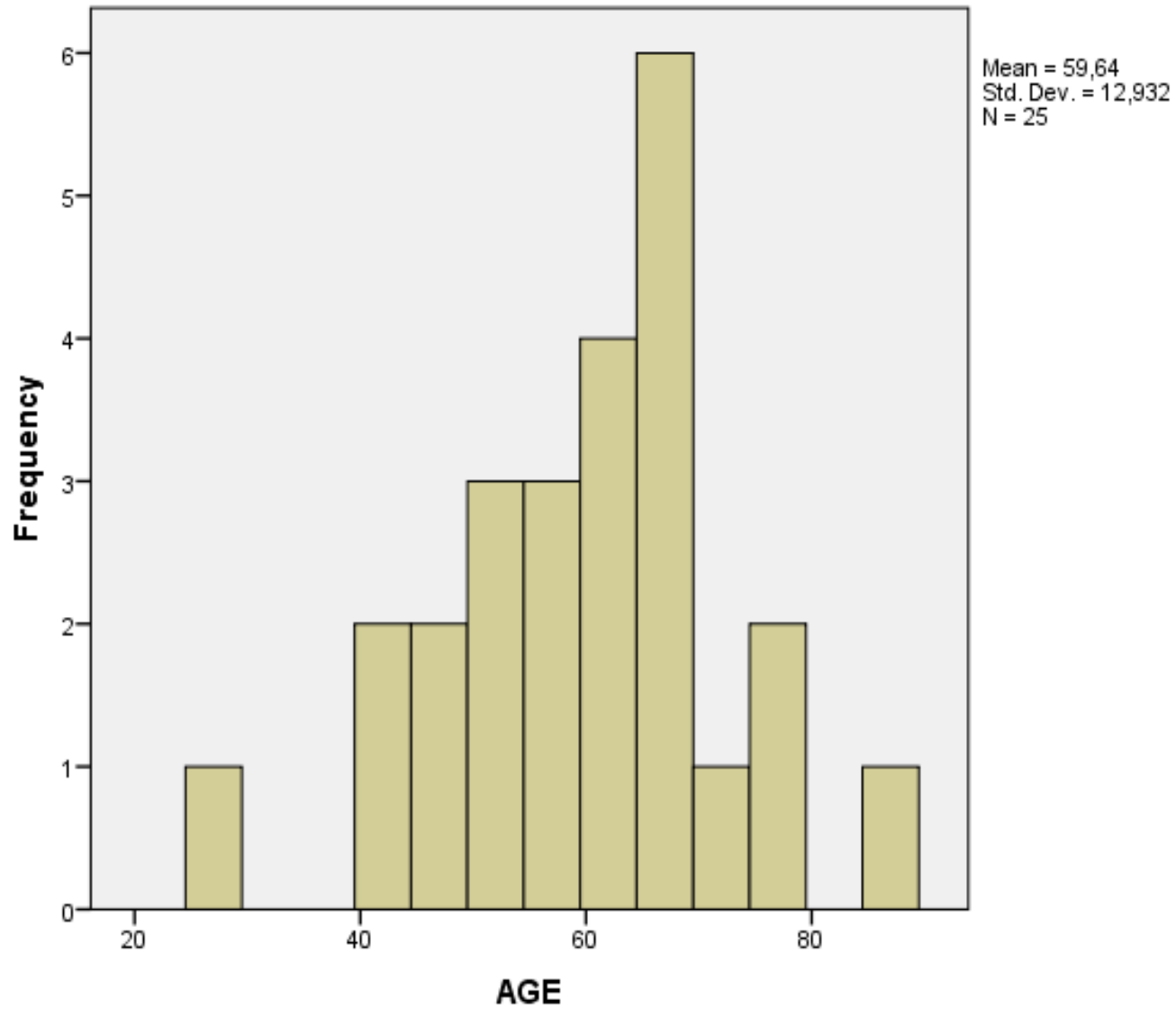
Data View Variable View

ISPITIVANJE PODATAKA

- Za početak treba steći predstavu kako podaci izgledaju

- Predstavimo podatke histogramom:
Analyze -> Descriptive Statistics -> Frequencies

Histogram



- Vrednosti izgledaju prihvatljivo prema prethodno navedenim uslovima. Kako je $N=25$, nema nedostajućih vrednosti.
- Prvo ćemo uraditi test normalnosti
- Zatim ćemo proveriti da li ima autlajera
- Da bismo obezbedili da autlajeri ne utiču na analiziranje podataka, možemo ih ili ukloniti ili zameniti odgovarajućom srednjom vrednošću.

PROVERA NORMALNOSTI

The image shows two overlapping dialog boxes from the SPSS software. The background dialog is the 'Explore' dialog, and the foreground dialog is the 'Explore: Plots' sub-dialog.

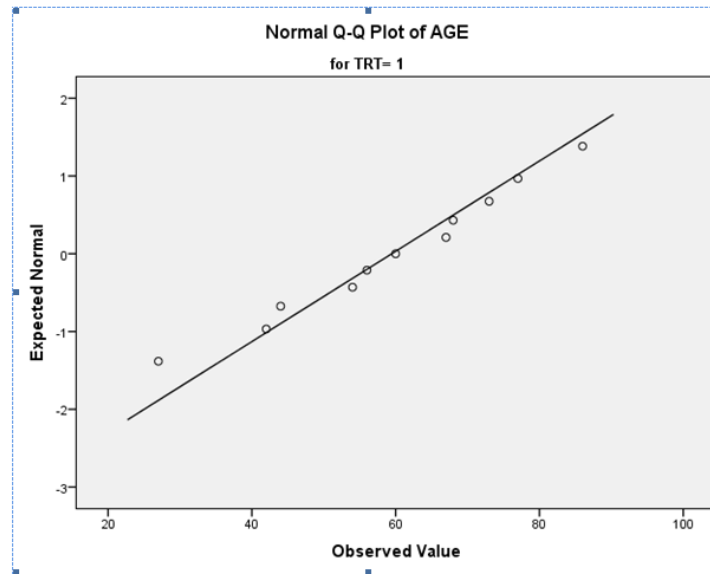
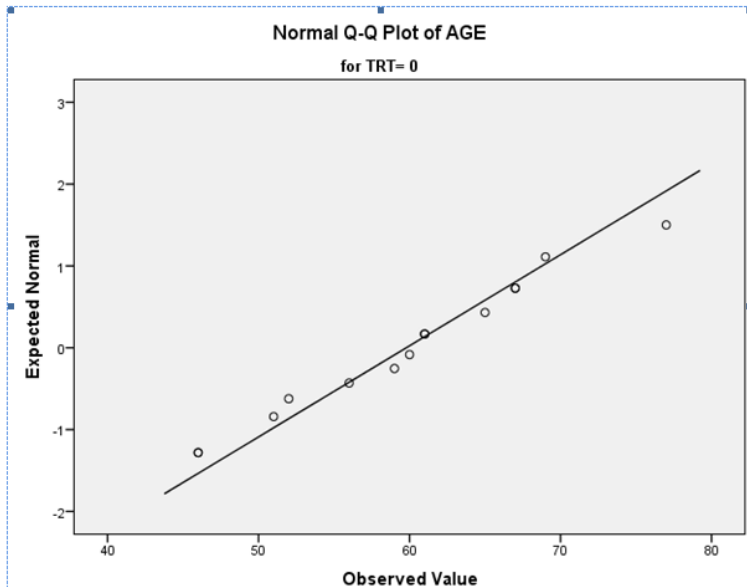
Explore Dialog:

- Dependent List:** AGE
- Factor List:** TRT
- Label Cases by:** (empty)
- Display:** Both Statistics Plots
- Buttons:** OK, Paste, Reset, Cancel, Help

Explore: Plots Dialog:

- Boxplots:** Factor levels together Dependents together None
- Descriptive:** Stem-and-leaf Histogram
- Normality plots with tests
- Spread vs Level with Levene Test:** None Power estimation Transformed Power: Natural log Untransformed
- Buttons:** Continue, Cancel, Help

Q-Q PLOT, GRAFIČKA PROVERA



Grafik pokazuje da su raspodele starosti pacijenata u obe grupe normalne, jer je rezultat Q-Q plot-a približno prava linija, što ćemo proveriti još i pomoću testa.

PROVERA NORMALNOSTI

- Rezultati testa normalnosti se pojavljuju u SPSS Output prozoru:

Tests of Normality							
	TRT	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
AGE	0	,108	14	,200*	,967	14	,828
	1	,124	11	,200*	,983	11	,979

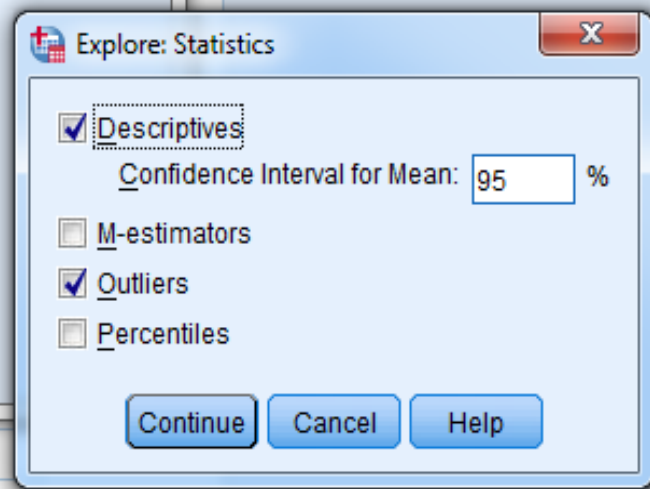
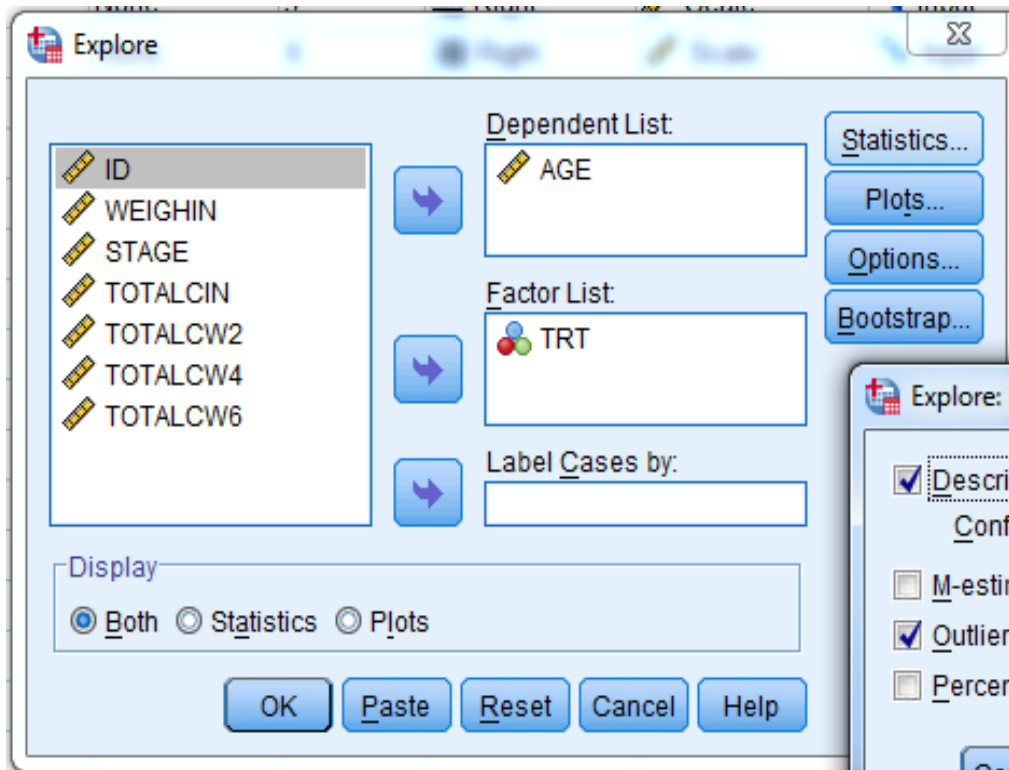
*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

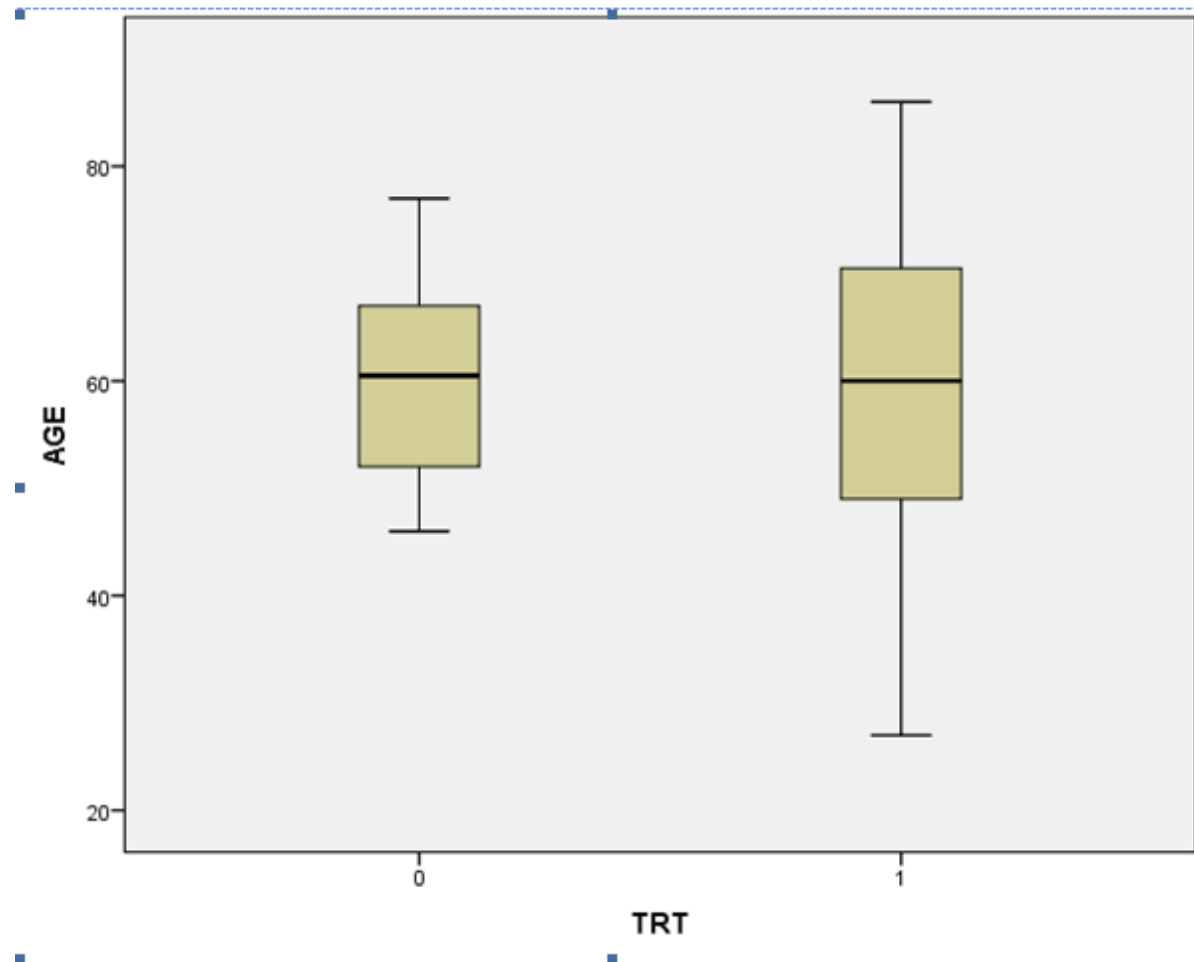
- p-vrednosti od 0.828 i 0.979, dobijene Shapiro-Wilk-ovim testom normalnosti, su veće od 0.05, što se uzima za prag značajnosti, pa je prihvatljivo pretpostaviti da su starosti pacijenata za obe vrste tretmana normalno raspodeljene.

TRAŽENJE AUTLAJERA

- Analyze -> Descriptive Statistics->Explore
- Podesite da vam bude uključeno both, kako biste dobili i statistiku i grafički prikaz
- Kliknite na dugme Statistics a zatim *Outliers*, pa Continue
- Kliknite na dugme Options i izaberite, *Exclude cases pairwise*
- Kliknite Continue, a zatim i Ok



BOX- PLOT PRIKAZ



BOX-PLOT PRIKAZ

- SPSS identifikuje autlajere na box-plot prikazu u vidu malih krugova, sa priloženim identifikacionim brojem
- Zaključujemo da naša baza nema autlajera jer box-plot prikaz nema takvih podataka

- Pošto smo utvrdili da smo zadovoljni ispunjenjem parametarskih pretpostavki, možemo pokrenuti t-test:

***Analyze → Compare Means
→ Independent-Samples T Test***

- U Test Variable(s) treba ubaciti promenljivu koju ispitujemo, tj. promenljivu Age. U Grouping Variable treba ubaciti grupnu promenljivu u kojoj smo šifrovali vrstu tretmana, tj. promenljivu TRT

Cancer.sav [DataSet1] - IBM SPSS Statistics Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help

	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns	Align	Measure	Role
1	ID	Numeric	11	0		None	None	2	Right	Scale	Input
2	TRT	Numeric	11	0		None	None	3	Right	Nominal	Input
3	AGE	Numeric	11	0		None	None				
4	WEIGHIN	Numeric	11	0		None	None				
5	STAGE	Numeric	11	0		None	None				
6	TOTALCIN	Numeric	11	0		None	None				
7	TOTALCW2	Numeric	11	0		None	None				
8	TOTALCW4	Numeric	11	0		None	None				
9	TOTALCW6	Numeric	22	0		None	None				
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											

Independent-Samples T Test

Test Variable(s):
AGE

Grouping Variable:
TRT(? ?)

Options...
Bootstrap...

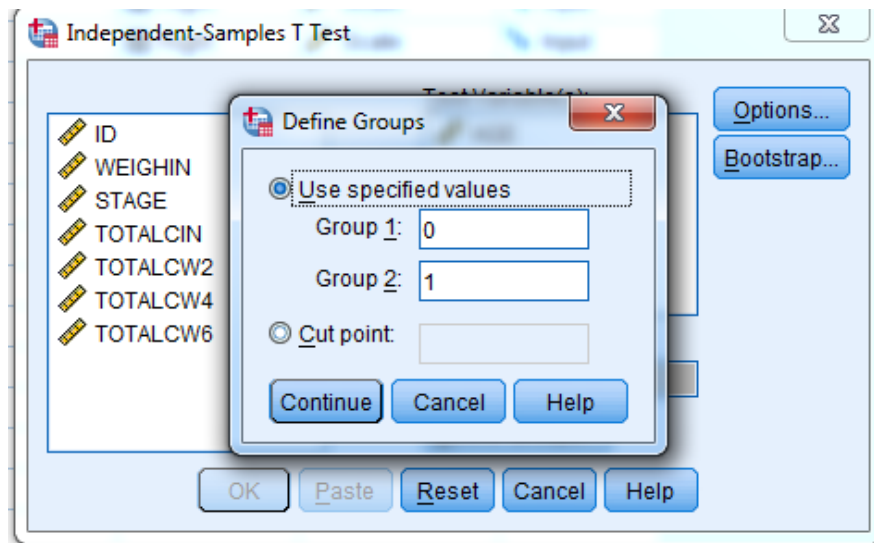
Define Groups...

OK Paste Reset Cancel Help

U dialogue box - *Independent-Samples T Test*, prenesite zavisnu promenljivu (npr. Age) u kućicu *Test Variable(s)* i nezavisnu promenljivu (npr. TRT) u kućicu *Grouping Variable*

DEFINISANJE GRUPA ISPITANIKA

- Kliknite na **Define Groups** i navedite vrednosti koje koristite u svojoj šemi kodiranja (obično 0 i 1 ili 1 i 2)
- Kliknite na **Continue**
- Pojaviće se sledeći prozor:



PODEŠAVANJE INTERVALA POVERENJA

- Ako želite da promenite podrazumevanu vrednost intervala poverenja od 95%, možete da kliknete na **Options** i promenite na željenu vrednost
- Pritisnite **Continue**, a zatim **OK** da pokrenete t-test



	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns	Align	Measure	Role
1	ID	Numeric	11	0		None	None	2	Right	Scale	Input
2	TRT	Numeric	11	0		None	None	3	Right	Nominal	Input
3	AGE	Numeric	11	0		None	None	3	Right	Scale	Input
4	WEIGHIN	Numeric	11	0		None	None	6			
5	STAGE	Numeric	11	0		None	None	6			
6	TOTALCIN	Numeric	11	0		None	None	6			
7	TOTALCW2	Numeric	11	0		None	None	7			
8	TOTALCW4	Numeric	11	0		None	None	7			
9	TOTALCW6	Numeric	22	0		None	None	9			
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											

Independent-Samples T Test

Test Variable(s):

- ID
- WEIGHIN
- STAGE
- TOTALCIN
- TOTALCW2
- TOTALCW4
- TOTALCW6

Confidence Interval Percentage: 95 %

Missing Values

Exclude cases analysis by analysis

Exclude cases listwise

Continue Cancel Help

Options... Bootstrap...

OK Paste Reset Cancel Help

NEDOSTAJUĆE VREDNOSTI

- Takođe, možete navesti kako rukovati sa nedostajućim vrednostima:
- Odabirom prve opcije, **exclude cases analysis by analysis**, isključujemo promenljive koje imaju nedostajuće vrednosti samo iz analiza na koje utiče ta nedostajuća vrednost
- Odabirom opcije **exclude cases listwise**, potpuno isključujemo iz analize promenljive koje imaju nedostajuće vrednosti
- Prva opcija se češće koristi

○ Na izlazu se dobijaju sledeći rezultati:

T-Test

[DataSet7] C:\Users\Kubura\Downloads\Cancer.sav

Group Statistics

	TRT	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
AGE	0	14	59,79	8,980	2,400
	1	11	59,45	17,218	5,192

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper	
AGE	Equal variances assumed	4,566	,043	,062	23	,951	,331	5,322	-10,678	11,341
	Equal variances not assumed			,058	14,231	,955	,331	5,719	-11,917	12,580

```
T-TEST GROUPS=TRT(0 1)
/MISSING=ANALYSIS
/VARIABLES=AGE
/CRITERIA=CI(.95).
```

IZLAZNE KOMPONENTE T-TESTA

◉ **Group Statistics:**

- **N** - broj validnih opservacija (bez nedostajućih vrednosti) u svakoj grupi
- **Mean** - srednja vrednost zavisne promenljive za svaki nivo nezavisne promenljive
- **Std. Deviation** - standardna devijacija zavisnih promenljivih za svaki nivo nezavisne promenljive
- **Std. Error Mean** - standardna greška srednje vrednosti, odnos standardne devijacije sa kvadratnim korenom iz broja opservacija.

IZLAZNE KOMPONENTE T-TESTA

○ Test statistike:

- F- test statistika dvostranog F-testa je odnos varijansi uzoraka.

$F = s_1^2 / s_2^2$, gde je svejedno koji je uzorak označen sa s_1 , a koji sa s_2 .

- Nakon označavanja uzoraka, treba ostati dosledan oznakama kroz testiranje

- **Sig.** - p-vrednost dvostranog testa povezana sa nultom hipotezom, da dve grupe imaju istu varijansu.

IZLAZNE KOMPONENTE T-TESTA

- **t** - postoje t statistike sa dve različite pretpostavke: jednake i različite varijanse. To su odnosi između srednje vrednosti razlika i standardnih grešaka razlika pod dve različite pretpostavke:

($0.331/5.322 = 0.062$) i ($0.331/5.719 = 0.058$).

- **Sig. (2-tailed)** - ako je p-vrednost manja od unapred zadatog praga značajnosti α , zaključićemo da je razlika srednjih vrednosti značajno različita od nule
- U našem primeru, p-vrednost je veća od 0.05, pa zaključujemo da razlika srednjih vrednosti nije značajno različita od nule.

IZLAZNE KOMPONENTE T-TESTA

- **Mean Difference** - Razlika srednjih vrednosti
- **Std Error Difference** - je ocenjena standardna devijacija razlike izmedju uzoračkih sredina.

CGT nam govori da su uzoračke sredine približno normalno raspodeljene kada je veličina uzorka preko 30. Imajte na umu da se standardna greška različito računa pod različitim pretpostavkama.

- **95% interval poverenja razlike** - predstavlja donju i gornju granicu intervala poverenja za razliku srednjih vrednosti. Interval poverenja za srednju vrednost odredjuje opseg vrednosti u kome može da leži nepoznati parametar populacije
- To je dato formulom:

$$\bar{x} \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}, N-1} \frac{s}{\sqrt{N}}$$

,gde je s uzoračka devijacija i N je broj validnih opservacija

- t-vrednost u formuli se može izračunati ili naći u bilo kojoj statističkoj knjizi sa N-1 stepeni slobode i p vrednosti od 1-nivo poverenja/2, gde se obično za nivo poverenja uzima 0.95.

T-Test

[DataSet7] C:\Users\Kubura\Downloads\Cancer.sav

Group Statistics

	TRT	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
AGE	0	14	59,79	8,980	2,400
	1	11	59,45	17,218	5,192

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
AGE	Equal variances assumed	4,566	,043	,062	23	,951	,331	5,322	-10,678	11,341
	Equal variances not assumed			,058	14,231	,955	,331	5,719	-11,917	12,580

```
T-TEST GROUPS=TRT(0 1)
/MISSING=ANALYSIS
/VARIABLES=AGE
/CRITERIA=CI(.95).
```

TUMAČENJE REZULTATA

- Rezultati t-testa se pojavljuju u dve vrste: ***equal variances assumed*** daje podatke kada je pretpostavka jednakih varijacija ispunjena
- Ako ova pretpostavka nije tačna, rezultati t-testa moraju biti korigovani. Takvi rezultati predstavljeni su u vrsti ***equal variances not assumed***.
- Da li je pretpostavka ispunjena, može se utvrditi Levenovim testom (ako je p-vrednost $> 0,05$ koristi se prva vrsta t-testa, u suprotnom se odbacuje nulta hipoteza i samim tim koriste podaci iz druge vrste)

TUMAČENJE REZULTATA

- Iz kolone Sig. vidimo da je p- vrednost 0.043, manja je od 0.05, što se obično uzima za prag značajnosti α , pa odbacujemo pretpostavku o jednakosti varijansi i posmatramo drugu vrstu

(čitamo deo *equal variances not assumed*).

- Vidimo da je t-vrednost u tom slučaju 0.058, i dvostrana kritična oblast je 0.955, a samim tim ne možemo zaključiti da postoji značajna razlika između prosečne starosti pacijenata za ove dve grupe tretmana

HVALA NA PAŽNJI!