

1. Дате су функције $F : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ и $g : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$F(x) = \int_{-\frac{1}{2}}^x \frac{t + \operatorname{arctg} t}{1+t} dt \text{ и } g(x) = \frac{x^2 + x + 2}{1+x^2} - \operatorname{arctg} x.$$

- а) [4] Испитати монотоност функције F и наћи локалне екстремуме.
- б) [4] Доказати да функција F има тачно две нуле.
- в) [2] Наћи асимптоте функције g .
- г) [4] Доказати да функција F има бар једну превојну тачку.

2. [12] Израчунати интеграл $\int_{-\frac{\pi}{7}}^{\frac{6\pi}{7}} \frac{\sin^2 x + 3|\sin 2x|}{|\cos x| + |\sin x|} dx$.

3. а) [6] У зависности од реалног параметра p , испитати конвергенцију интеграла

$$I(p) = \int_{2021}^{+\infty} \frac{\ln^p(x - 2020)}{\sqrt{e^{x-2021} - 1}} dx.$$

б) [6] Израчунати $I(0)$.

4. [12] У зависности од реалног параметра q , испитати условну и апсолутну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[3]{\sqrt{4 + \frac{1}{n^4} + \ln\left(1 + \frac{1}{3n^q}\right)} - 2} \cdot \cos 3n.$$

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 180 минута.