

1. Израчунати следеће интеграле:

а) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\operatorname{tg} x + \sin^2 x} dx;$

б) $\int_{-\pi}^{\pi} (x \cos x - 2) \sqrt{\pi^2 - x^2} dx.$

2. Испитати апсолутну и условну конвергенцију следећих редова:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\operatorname{arctg} n}{n};$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\operatorname{arctg} 2n - \operatorname{arctg} n}{n};$

в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{\frac{1}{n}}}{n \ln^{\alpha} n}$ у зависности од $\alpha \in \mathbb{R}$.

3. Дат је низ функција $f_n(x) = e^{-\frac{x^2}{n}}$. Испитати равномерну конвергенцију низа $\{f_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ на:

а) $(0, +\infty)$;

б) $[1, 2020]$.

4. Нека је дата функција

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \max \left\{ \cos \frac{x}{2}, 0 \right\}.$$

а) Скицирати график функције.

б) Развити функцију f у Фуријеов ред.

в) Наћи суме $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$, $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n^2 - 1)^2}$ и $C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n - 1)}{4(2n - 1)^2 - 1}$.