

1. У зависности од $\lambda \in \mathbb{R}$ испитати конвергенцију несвојственог интеграла

$$\int_0^{2020} \frac{|e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x|}{x^\lambda} dx.$$

2. Нека је дат низ $a_n = \frac{n}{\sqrt{n^4+2}}$, $n \geq 1$.

Испитати апсолутну и условну конвергенцију следећих редова:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n \cos \frac{1}{n}$;

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{1}{n^2}\right)$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n \left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}\right)$.

Испитати конвергенцију следећег низа:

ђ) $b_n = a_1 + a_3 + \dots + a_{2n-1}$.

3. Нека је дат низ функција $f_n(x) = \ln\left(1 + \operatorname{tg} \frac{2xn}{x^2+n^2}\right)$, $n \geq 1$.

а) Испитати равномерну конвергенцију низа функција f_n на $(0, +\infty)$.

б) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{2020} f_n(x) dx$.

4. Нека је дата функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, за коју важи:

i) $f(x) = 3x^2 + 2$ за свако $x \in [-1, 1]$;

ii) $f(x) = f(x+2)$ за свако $x \in \mathbb{R}$.

а) Развити функцију f у Фуријеов ред.

б) На основу претходног развоја наћи суме $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$, $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ и $C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^3}$.