

1. Нека су за свако $n \in \mathbb{N}$ дате функције $f_n(x) = (1+x)^{\frac{3}{2}} + nx - 2$.

- Доказати да за свако $n \in \mathbb{N}$ функција $f_n(x)$ има јединствену нулу на $[0, 2]$. Означимо такву нулу са x_n .
- Доказати да је $f_{n+1}(x_n) > 0$ и доказати да је низ $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ монотон.
- Испитати конвергенцију низа $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - nx_n)$.

2. Нека је дата функција $f(x) = \ln(x^2 - 1) + \frac{1}{x^2 - 1}$.

- Испитати ток и скицирати график функције f .
- За коју је најмању вредност реалног параметра c функција $f : D_f \rightarrow [c, +\infty)$ сурјективна?

3. Израчунати $\int_0^{2\pi} \frac{(1 + \operatorname{tg} x)^{\frac{2}{3}} dx}{\left[1 + (1 + \operatorname{tg} x)^{\frac{10}{3}}\right]^2 \cos^2 x}$.

4. Испитати конвергенцију интеграла

$$\int_0^1 \frac{(1 - \cos x)^\alpha (1 - x)^3}{\ln^2(1 - x)} dx$$

у зависности од реалног параметра α .

1. Нека су за свако $n \in \mathbb{N}$ дате функције $f_n(x) = (1+x)^{\frac{3}{2}} + nx - 2$.

- Доказати да за свако $n \in \mathbb{N}$ функција $f_n(x)$ има јединствену нулу на $[0, 2]$. Означимо такву нулу са x_n .
- Доказати да је $f_{n+1}(x_n) > 0$ и доказати да је низ $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ монотон.
- Испитати конвергенцију низа $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - nx_n)$.

2. Нека је дата функција $f(x) = \ln(x^2 - 1) + \frac{1}{x^2 - 1}$.

- Испитати ток и скицирати график функције f .
- За коју је најмању вредност реалног параметра c функција $f : D_f \rightarrow [c, +\infty)$ сурјективна?

3. Израчунати $\int_0^{2\pi} \frac{(1 + \operatorname{tg} x)^{\frac{2}{3}} dx}{\left[1 + (1 + \operatorname{tg} x)^{\frac{10}{3}}\right]^2 \cos^2 x}$.

4. Испитати конвергенцију интеграла

$$\int_0^1 \frac{(1 - \cos x)^\alpha (1 - x)^3}{\ln^2(1 - x)} dx$$

у зависности од реалног параметра α .