Користи се:

$f: S^d \to \mathbb{R}^d$ непр., антиподално $(f(-x) = -f(x))$

$\Rightarrow (\exists x_0)\ f(x_0) = 0$

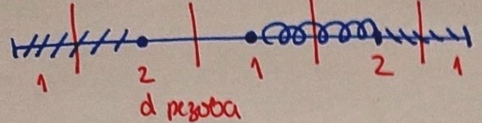
Д. БУТ: $\exists x_0\ f(-x_0) = f(x_0)$ ⇑ ✓ □

$ \| \quad -f(x_0)$

Теорема о огрлици

- 2 лопова
- огрлица од d врста драгоцености
- желе сваке врсте исто

нпр. $d=4$:



☺ испоставља се да је d резова увек довољно

формална теорема:

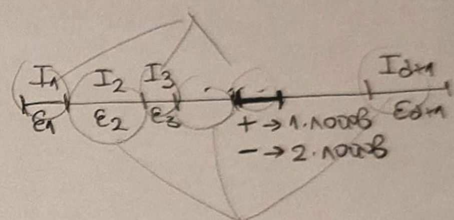
Т (Лоовy-Кiсе) $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_d$ - непр. вероб. мере на $[0,1]$

тада $\exists$ партиција $[0,1]$ на $d+1$ сегмената $I_1, I_2, \dots, I_{d+1}$ помоћу d резова

и избор знакова $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{d+1} \in \{+1, -1\}$ тако да:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, d\}: \quad \sum_{k=1}^{d+1} \varepsilon_k \cdot \mu_i(I_k) = 0$$

(за сваку меру μ_i)

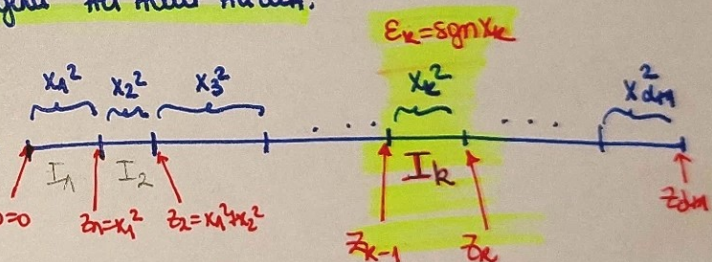


тј. $$\underbrace{\sum_{\varepsilon_k=+1} \mu_i(I_k)}_{1.\text{ лопов}} = \underbrace{\sum_{\varepsilon_k=-1} \mu_i(I_k)}_{2.\text{ лопов}}$$

Д ! (и) Направимо „простор свих подела" на неки начин:

сфера S^d

$x = (x_1, x_2, \dots, x_{d+1}) \in S^d \to x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{d+1}^2 = 1 \to$



$z_k = x_1^2 + \dots + x_k^2 \qquad z_0 = 0,\ z_{d+1} = 1$

! Тестирамо да ли је подела добра:

$$\boxed{I_k = [z_{k-1}, z_k]}$$

избор знакова: $\varepsilon_k = \operatorname{sgn} x_k$

- за сваку меру понаособ:

$i = 1, \dots, d: \ \mu_i \to g_i: S^d \to \mathbb{R}$

$$g_i(x) := \sum_{k=1}^{d+1} \operatorname{sgn}(x_k) \cdot \mu_i([z_{k-1}, z_k]) = (\text{дали првом} - \text{дали другом})$$

- за све: $g: S^d \to \mathbb{R}^d$

$g(x) := (g_1(x), \dots, g_d(x))$

+ КП8 ТП. метод

! Функција g: - непрекидна (sgn не смета у 0 јер мере непрекидне)

- антиподална: $g(-x) = -g(x), \ \forall x \in S^d$

(БУ16) $\Rightarrow \exists \tilde{x} \in S^d \ \ g(\tilde{x}) = 0 \qquad \tilde{x}$ даје тражену поделу!

□