

### Geometrija 3, drugi domaći zadatak (2016)

1. Neka je površ dobijena rotacijom oko  $z$ -ose krive  $\alpha(u) = (-1 - \operatorname{ch} u + \sqrt{3}u, -\sqrt{3} \operatorname{ch} u - u)$ ,  $u \in \mathbb{R}$ , u  $xz$ -ravni.
  - (a) Parametrizovati površ, dokazati da je regularna.
  - (b) Odrediti Gausovu, srednju i glavne krivine date površi.
  - (c) Odrediti geodezijske, asimptotske i glavne linije među koordinatnim linijama.
  - (d) Odrediti jednačine linija  $\beta$  na površi (loksodroma) koje zaklapaju konstantan ugao  $\theta$  sa meridijanima.
  - (e) Izračunati obim i površinu krivolinijskog četvorugla ograničenog koordinatnim linijama  $u = -1$ ,  $u = +1$ ,  $v = \frac{\pi}{3}$  i  $v = \frac{2\pi}{3}$ .
  
2. Neka je  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  regularna prirodno parametrizovana kriva, sa krivinom različitom od nule,  $s$  prirodni parametar i  $[T, N, B]$  Freneov reper krive  $\alpha$ . Data je površ  $f(s, v) = \alpha(s) + r(N(s) \cos v - B(s) \sin v)$ ,  $(s, v) \in I \times (0, 2\pi)$ ,  $r = \operatorname{const} > 0$ .
  - (a) Skicirati trag površ  $f$ . Izračunati vektor normale površi  $f$ . Da li je površ  $f$  regularna?
  - (b) Dokazati da površina površi  $f$  ne zavisi od torzije krive  $\alpha$ .
  - (c) Dokazati da su  $v$ - parametarske linije površi  $f$  geodezijske.