

ЗАДАЦИ СА ВЕЖБИ – СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА – 4В

Школска година 2014/15.

Седма недеља (среда 19.11.2014)

35. Адвокат стиже кући из канцеларије сваке вечери у $22h$ и тачно у то време паркира свој ауто у гаражу. Његова гаража осветљена је са две сијалице. Адвокат мења прегореле сијалице непосредно након свог доласка, али само ако су обе прегореле. Претпоставља се да са вероватноћом 0.003 сијалица прегори за један дан. Сијалице функционишу независно једна од друге. Моделирати описану ситуацију ланцем Маркова и одредити стационарну расподелу.
36. Жена има три кишобрана – неке код куће, а неке у канцеларији. Ако полази ујутру од куће или увече са посла и пада киша она ће узети кишобран, ако има кишобрана на располагању; иначе жена покисне. Претпоставља се да, независно од прошлости, киша пада са вероватноћом 0.25 . Нека је X_n број кишобрана који су јој на располагању при n -том поласку (од куће или с посла). Ако су садашњи временски услови независни од прошлости, ситуацију описати ланцем Маркова.
- а) Одредити период стања 0 .
 - б) Израчунати колико (процентуално) пута жена покисне, гледано у дужем временском периоду.
 - в) На поласку од куће јутрос, био је један кишобран код куће. Израчунати очекивани број пута пре него што жена не буде имала ниједан кишобран на располагању.
37. На фарми пилића залихе хране чувају се у складишту које може примити највише $2b - 1 \text{ kg}$ хране. Рано ујутру n -тог дана фармер Филип узима $B_n \text{ kg}$ хране да би нахранио пилиће, $B_n \in \{0, 1, \dots, b\}$. Вероватноћа да Филипу одређеног дана треба $k \text{ kg}$ хране једнака је p_k . Штавише, количине хране потребне различитим данима су међусобно независне и независне од доступне количине хране у складишту. Даље, на крају сваког дана, његова жена Матилда проверава стање у складишту и допуњава са $b \text{ kg}$, ако је количина строго мања од $b \text{ kg}$; иначе она не допуњава.
- а) Одредити матрицу вероватноћа прелаза за један корак P .
 - б) Узме се конкретно $b = 3$. Претпостави се да је Филип јутрос затекао 5 kg хране у складишту. Израчунати очекивани број јутара, који протекне док не затекне 3 kg хране у складишту.
 - в) Одредити (процентуално гледано) део укупног броја дана, на дуже стазе, таквих да се у складишту налази најмање 2 kg хране, након што је Филип нахранио пилиће, а пре него што је Матилда проверила складиште.
38. Разматра се проблем коцкара (gambler's ruin), код кога коцкар започиње игру са улогом од $\$50$, добија $\$10$ у свакој партији са вероватноћом $p = 0.45$ или губи $\$10$ са вероватноћом $q = 0.55$. Коцкар завршава игру када удвостручи свој новац или му не остане ништа од почетног улога од $\$50$.
- а) Израчунати вероватноћу да коцкар изгуби свој новац у 11-ој партији.
 - б) Израчунати вероватноћу да игра траје дуже од 13 партија.
 - в) Израчунати очекивани број партија које играч треба да одигра до салда од $\$90$.