

ЗАДАЦИ СА ВЕЖБИ – СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА – 4В

Школска година 2014/15.

Четврта недеља (среда 29.10.2014)

22. Нека је $\{X(t), t \geq 0\}$ Пуасонов процес са интензитетом $\lambda > 0$. Израчунати $E(X(u) - X(s) | X(t) = n)$ за $0 \leq s < t < u$ и $n \in \mathbb{N}_0$.
23. У одређену такси станицу таксији са југа стижу у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом $a > 0$, и, независно од њих, таксији са севера у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом $b > 0$. Нека је X случајна величина, која означава број таксија који стижу са југа у временском интервалу између два узастопна доласка таксија са севера. Одредити закон расподеле за X , математичко очекивање и дисперзију ове случајне величине.
24. Број сати између узастопних долазака воза на станицу је равномерно расподељен на интервалу $(0,1)$. Путници стижу на станицу у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом 7 по сату. Претпоставља се да је воз управо напустио станицу. Нека X представља број људи, који ће ући на следећи воз. Израчунати математичко очекивање и дисперзију случајне величине X .
25. Саобраћајне несреће у одређеном региону се, по претпоставци, дешавају у складу са Пуасоновим процесом $X = \{X(t), t \geq 0\}$, са интензитетом $\lambda > 0$, а број особа које учествују у i -тој несрећи је случајна величина R_i , која има $G(p)$ расподелу, $0 < p < 1$. Претпоставља се да су R_i међусобно независне случајне величине и независне од процеса X . Означи се са $Z(t)$ укупан број особа које су учествовале у саобраћајним несрећама у временском интервалу $(0, t]$. Коришћењем генераторне функције одредити математичко очекивање и дисперзију случајне величине $Z(t), t \geq 0$.
26. Ниво воде у одређеном резервоару смањује се по константној стопи од 1000 јединица дневно. Резервоар се пуни када (на случајан начин) дође до падавина. Падавине се дешавају у складу са Пуасоновим процесом, у просеку једном у 5 дана. Количина воде, којом падавина допуни резервоар, износи 5000 јединица са вероватноћом 0.8 или 8000 јединица са вероватноћом 0.2. Тренутна количина воде у резервоару је тек нешто испод 5000 јединица.
- а) Израчунати вероватноћу да ће резервоар бити празан након пет дана.
б) Израчунати вероватноћу да ће резервоар бити празан у неком тренутку у наредних 10 дана.
27. Банкомат који се налази у банци аутоматски бележи тренутке почетка и завршетка опслуживања сваког клијента. Међутим, не постоји могућност регистровања тачног момента када је клијент дошао до банкомата (и придружио се реду испред истог). Познато је да је прошле суботе први клијент (од отварања банке тог дана) стигао до банкомата у 7:30. Према компјутерској евиденцији за прва четири клијента забележено је следеће:

Рбр. клијента	Тренутак почетка опслуживања	Тренутак завршетка опслуживања
0	7:30	7:34
1	7:34	7:40
2	7:40	7:42
3	7:45	7:50

Претпоставља се да клијенти долазе до банкомата у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом λ . Одредити очекивани тренутак доласка клијента под редним бројем 1, узимајући у обзир горе наведене информације.