

ЗАДАЦИ СА ВЕЖБИ – СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА – 4В

Школска година 2015/16.

Шеста недеља (среда 25.11.2015)

32. Фер (регуларан) новчић баца се бесконачно много пута и резултати бацања су Y_0, Y_1, \dots , при чему је

$$Y_i = \begin{cases} 1 & , \text{ ако је пало "П"} \\ 0 & , \text{ ако је пала "Г"} \end{cases}$$

За $n \geq 1$ нека је $X_n = Y_{n-1} + Y_n$ укупан број "П" у $(n - 1)$ -ом и n -том бацању. Испитати да ли је $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ланац Маркова.

33. Три беле и три црне куглице расподељене су у две кутије, тако да свака од њих садржи по три куглице. Каже се да је систем у стању i , $i = 0, 1, 2, 3$, ако прва кутија садржи i белих куглица. У сваком кораку, извлачи се по једна куглица из сваке кутије и куглица извађена из прве кутије ставља се у другу и обрнуто. Нека X_n представља стање система након n корака. Објаснити зашто је $(X_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ ланац Маркова и одредити матрицу вероватноћа прелаза за један корак P .

34. Трансформација процеса у ланац Маркова: Претпостави се следеће: да ли данас пада киша или не зависи од претходних временских прилика током последња два дана. Посебно, претпостави се да: ако пада киша у последња два дана сутра ће падати са вероватноћом 0.7; ако је киша падала данас, а јуче није, сутра ће падати са вероватноћом 0.5; ако је киша падала јуче, али не и данас, сутра ће падати са вероватноћом 0.4; ако киша не пада у последња два дана сутра ће падати са вероватноћом 0.2. Моделирати описану ситуацију ланцем Маркова.

Ако се зна да је киша падала у понедељак и уторак, израчунати вероватноћу да ће падати и у четвртак.

35. Одређеног дана дечак је или весео (В) или се осећа тако-тако (Т) или је мрзовољан (М). Ако је данас весео сутра ће бити В, Т, М са вероватноћама, редом, 0.5, 0.4, 0.1. Ако се данас осећа тако-тако сутра ће бити В, Т, М са вероватноћама, редом, 0.3, 0.4, 0.3. Ако је данас мрзовољан сутра ће бити В, Т, М са вероватноћама, редом, 0.2, 0.3, 0.5.

а) Моделирати описану ситуацију ланцем Маркова.

б) Израчунати вероватноћу да након што је једног дана био весео, дечак наредна два дана буде мрзовољан.

в) Дечак је тренутно весео. Израчунати вероватноћу да неће бити мрзовољан ниједног од следећа три дана.

г) Зна се да је дечак био мрзовољан пре четири дана и да од тада није био весео. Израчунати вероватноћу да је данас мрзовољан.

36. Човек прима зараду од 2 (хиљаде долара) на почетку сваког месеца. Количина новца која му је потребна за трошак у току месеца независна је од количине новца коју има и износи i са вероватноћом P_i , $i = 1, 2, 3, 4$, $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$. Ако човек на крају месеца има више од 3, он вишак новца (преко 3) даје у добротворне сврхе.

а) Ако, након примања зараде на почетку месеца, човек има капитал од 5, израчунати вероватноћу да његов капитал буде 1 или мање у неком тренутку у наредна четири месеца.

б) Ако човек има капитал од 5 на почетку јануара, израчунати вероватноћу да је његов капитал 4 на почетку маја, а да, при томе, ни у једном тренутку није био мањи или једнак 1.