

ЗАДАЦИ СА ВЕЖБИ – СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА – 4В

Школска година 2015/16.

Друга недеља (понедељак 26.10.2015)

11. Нека је дат систем за опслуживање са два сервера, у коме се клијент опслужује прво на серверу S_1 , након тога на серверу S_2 , после чега напушта систем. Дужина трајања опслуживања клијента на серверу S_i је експоненцијално расподељена случајна величина са параметром $\mu_i > 0$, $i = 1, 2$. Када је клијент L ушао у систем, затекао је слободан сервер S_1 и два клијента код сервера S_2 – клијента A чије опслуживање на серверу S_2 је у том тренутку у току и клијента B који чека у реду.
- а) Одредити вероватноћу P_A догађаја да опслуживање клијента A још увек траје када клијент L пређе за сервер S_2 .
- б) Одредити вероватноћу P_B догађаја да је клијент B још увек у систему када клијент L пређе за сервер S_2 .
- в) Одредити математичко очекивање случајне величине T која представља дужину временског периода који клијент L проведе у систему.
12. Ако су X_i , $i = 1, 2, 3$, независне експоненцијално расподељене случајне величине са параметрима $\lambda_i > 0$, $i = 1, 2, 3$, одредити:
- а) $P\{X_1 < X_2 < X_3\}$
- б) $P\{X_1 < X_2 \mid \max_i X_i = X_3\}$
- в) $E\left[\max_i X_i \mid X_1 < X_2 < X_3\right]$
- г) $E\left[\max_i X_i\right]$.
13. Нека је X случајна величина која има равномерну расподелу на сегменту $[0, 1]$. Посматра се случајни процес који броји телефонске позиве упућене call-центру, при чему се они дешавају у временским тренуцима $X + i$, $i \in \mathbb{N}_0$. Испитати да ли овај бројачки процес има независне, односно стационарне прираштаје.
14. Дефекти на каблу под морем јављају се у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом $\lambda = 0.1$ по km .
- а) Израчунати вероватноћу да нема дефеката у прва два километра кабла.
- б) Ако је познато да нема дефеката у прва два километра кабла, израчунати вероватноћу да их неће бити ни у следећем километру.
15. Клијенти долазе у сервис у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом λ клијената по сату. Нека је $X(t)$ број клијената који дођу у сервис до тренутка t , $t \geq 0$.
- а) Одредити вероватноћу да у сервис, до тренутка t , дође тачно k клијената.
- б) Фиксирају се временски тренуци $0 < s < t$. Одредити:
- $$P\{X(t) = n + k \mid X(s) = n\}$$
- $$P\{X(s) = n \mid X(t) = n + k\}$$
- где $n, k \in \mathbb{N}_0$.
16. Својство одсуства сећања за Пуасонов процес: Показати да случајна величина W_t , која представља дужину времена чекања од тренутка t ($t \geq 0$) до првог следећег догађаја у хомогеном Пуасоновом процесу са интензитетом $\lambda > 0$, има $\varepsilon(\lambda)$ расподелу, независно од t .
17. Група таксиста чека путнике на главној железничкој станици. Путници стижу до таксија у складу са Пуасоновим процесом и то просечно 20 путника по сату. Такси креће чим „покупи“ четворо путника или прође 10min од када први путник седне у такси.
- а) Претпостави се да човек уђе у такси као први путник. Израчунати вероватноћу да ће он морати да чека 10min док такси не крене.
- б) Претпостави се да је човек ушао у такси као први путник и да чека већ 5min. У међувремену, још двоје путника је ушло у такси. Израчунати вероватноћу да човек чека још 5min док такси не крене.