

ЗАДАЦИ СА ВЕЖБИ – СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА – 4В

Школска година 2015/16.

Прва недеља (среда 14.10.2015)

1. Машина се састоји из две независне компоненте A и B . За сваку од њих дужина рада до квара је експоненцијално расподељена случајна величина са параметром $\lambda_A = 3$, односно $\lambda_B = 8$. Машина отказује у тренутку првог квара једне од компоненти.
 - а) Одредити средње време до појаве квара за компоненту A , односно B .
 - б) Одредити средње време до отказа машине.
 - в) Одредити вероватноћу да компонента A проузрокује отказ машине.

2. Претпоставља се да је дужина радног века сијалице, пре него што прегори, експоненцијално расподељена случајна величина са очекивањем 10 сати. Особа L уђе у канцеларију у којој је већ укључена сијалица. Ако ова особа намерава да у канцеларији ради наредних 5 сати, израчунати вероватноћу да ће моћи да заврши посао пре него што сијалица прегори.

3. Електронски уређај има „дужину живота“ X (у јединици мерења времена 1000 сати) са густином расподеле вероватноћа

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

Претпоставља се да трошак производње једног уређаја износи 2000 динара. Произвођач продаје уређај по цени од 5000 динара, и гарантује повраћај новца ако се машина поквари у периоду краћем од 500 сати. Одредити очекивану зараду произвођача (по једном произведеном уређају).

4. Посматра се радиоактивни извор који емитује честице интензитетом (тј. по стопи) описаним густином $\varepsilon(1)$ расподеле (јединица времена је 1s). Одредити вероватноћу да се честица (не обавезно прва) појави:

- а) у току једне секунде од сада
- б) у току три секунде од сада
- в) између треће и четврте секунде од сада
- г) након четири секунде од сада.

5. Играчка C има две батерије, чије су дужине рада X_1 и X_2 , претпоставља се да су оне независне случајне величине, обе са $\varepsilon(a)$ расподелом, $a > 0$. Играчка је оперативна само ако обе батерије раде, и дужина оперативног периода играчке је X . Друга играчка D , такође, има две батерије, чије су дужине рада Y_1 и Y_2 , претпоставља се да су оне независне случајне величине, обе са $\varepsilon(4a)$ расподелом. Играчка D прво користи једну батерију и када се она потроши одмах почиње да користи другу батерију. Дужина оперативног периода ове играчке је Y .

- а) Одредити расподелу, математичко очекивање и дисперзију случајне величине X , односно Y .
- б) Одредити расподелу количника случајних величина X и Y и математичко очекивање, ако постоји.
- в) Израчунати вероватноћу да играчка C прва престане да ради.

6. Случајна величина X има експоненцијалну расподелу. Без израчунавања одредити који је одговор тачан и то прокоментарисати:

- а) $E[X^2|X > 1] = E[(X + 1)^2]$
- б) $E[X^2|X > 1] = E[X^2] + 1$
- в) $E[X^2|X > 1] = (1 + EX)^2$.

7. У пошти раде два службеника, сваки за по једним шалтером – независно један од другог. Претпостави се да када особа R уђе у пошту тамо затекне особу Q за једним шалтером и особу S за другим, и у току је њихово опслуживање. Познато је да ће особа R доћи на ред чим заврши особа Q или особа S . Ако је дужина временског периода, који сваки од службеника проведе опслужујући клијента, експоненцијално

расподељена случајна величина са очекивањем $\frac{1}{\lambda}$, $\lambda > 0$, одредити вероватноћу да ће од три поменути клијента (R, Q, S) особа R последња напустити пошту.

8. У пошти раде два службеника, сваки за по једним шалтером – независно један од другог. Три особе A, B, C у истом тренутку уђу у пошту. Особе A и B одмах стају за шалтере, а особа C чека док се не заврши опслуживање неке од особа A или B . Одредити вероватноћу да је особа A и даље у пошти, након што су друге две особе (B и C) отишле, ако је:
- а) дужина трајања опслуживања за сваког службеника тачно (неслучајно) по $10min$
 - б) дужина трајања опслуживања једнака i са вероватноћом по $\frac{1}{3}$, $i = 1, 2, 3$
 - в) дужина трајања опслуживања експоненцијално расподељена случајна величина са очекивањем $\frac{1}{\mu}$, $\mu > 0$.
9. Шлепер са робом стиже на гранични прелаз на коме, независно један од другог, раде два царинска терминала. Оба терминала су тренутно заузета али нема никог у реду за чекање, тако да царињење поменутог шлепера почиње чим се један од терминала ослободи. Ако је дужина трајања царињења на терминалу i експоненцијално расподељена са очекивањем $\frac{1}{\lambda_i}$, $i = 1, 2$, одредити очекивану дужину задржавања камиона на прелазу.
10. Лекар, који има своју ординацију, заказао је два прегледа у понедељак: пацијенту A у $13h$, пацијенту B у $13:30$. Дужине трајања прегледа су независне, једнако расподељене случајне величине са експоненцијалном расподелом и очекивањем од $30min$. Претпостави се да су оба пацијента (A и B) стигла на време, за своје прегледе. Израчунати очекивану дужину временског периода (у минутима), који пацијент B проведе у лекарској ординацији.