

ЗАДАЦИ СА ВЕЖБИ – СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА – 4В

Школска година 2015/16.

Дванаеста недеља (среда 30.12.2015)

- 53. а)** Аеродром има једну писту. Авиони пристижу у складу са Пуасоновим процесом, просечно њих 15 по сату. Просечна дужина слетања процењена је на $3min$ и претпоставља се да су дужине трајања слетања експоненцијално расподељене. Одредити следеће мере перформансе:
- искоришћеност писте
 - очекивани број авиона који чекају на слетање
 - очекивану дужину чекања авиона на слетање
 - вероватноћу да ће чекање трајати дуже од $5min$, односно $10min$; вероватноћу да неће бити чекања
 - очекивани број слетања у двадесетоминутном временском интервалу
- б)** Одредити како ће се мере перформансе из дела **а)** изменити ако се претпостави да постоје две писте, при чему је интензитет долазака непромењен, као и интензитет опслуживања у овом систему, за сваку писту понаособ.
- 54.** У банци раде два благајника – један је задужен за платни промет а други за физичка лица. Интензитети долазака клијената и њиховог опслуживања у вези са платним прометом су шест, односно 12 клијената у току једног сата, редом. Одговарајући интензитети за физичка лица су 12, односно 24 клијената по сату, редом. Претпоставља се да се доласци дешавају у складу са Пуасоновим процесима, а да су дужине трајања опслуживања експоненцијално расподељене.
- а)** Ако се, још, претпостави да благајници раде независно један од другог, одредити очекивани број клијената који чекају у реду и просечно време чекања у реду за сваког благајника.
- б)** Одредити и прокоментарисати какав се ефекат постиже ако се ова два система обједине у један, двоканални, са интензитетом долазака 18 клијената по сату и интензитетом опслуживања 18 клијената по сату.
- в)** Шта се може закључити на основу **а)** и **б)**?
- 55.** На киоску брзе хране постоје три прозора за услуживање купаца. Сваки од њих може да послужи просечно 0.4 човека по минути. Купци долазе у складу са Пуасоновим процесом, и то у просеку њих 0.9 по минути, а дужине трајања опслуживања су експоненцијално расподељена.
- а)** Претпостави се да сви људи чекају у једном истом реду. Одредити мере перформансе.
- б)** Претпостави се да је сваки прозор засебан систем за услуживање, а да се људи равномерно распоређују у редове за чекање (са вероватноћом по $\frac{1}{3}$ за сваки прозор). Одредити мере перформансе и упоредити их са резултатима из дела **а)**.
- 56.** Клијенти долазе у банку у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом $\lambda > 0$. Претпоставља се да у банци постоји бесконачно много шалтера, тако да када клијент уђе у банку одмах почиње његово опслуживање. Дужине трајања опслуживања су независне, експоненцијално расподељене случајне величине са параметром $\mu > 0$ и, такође, независне од процеса долазака. Клијенти напуштају банку у моменту завршетка свог опслуживања.
- а)** Нека је први клијент ушао у банку у тренутку $t = 1$. Одредити очекивани број клијената који су ушли у банку између тренутака $t = 0$ и $t = 10$, убрајајући ту и првог клијента.
Уведу се ознаке:
 $N(t) :=$ број клијената који су ушли у банку до (или баш у) тренутка t
 $S(t) :=$ број клијената који су опслужени закључно са тренутком t
- б)** Ако се претпостави да је у тренутку $t = 0$ банка празна, одредити расподелу случајне величине $S(t)$, где је $t > 0$ фиксирано.
- в)** Претпостави се да је $N(0) = 0$ и да је до тренутка t , $t > 0$ фиксирано, у банку ушло тачно n клијената. Одредити условно очекивање случајне величине $S(t)$, при наведеним условима.