

# ЗАДАЦИ СА ВЕЖБИ – ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА А – СМЕРОВИ МНВ

Школска година 2014/15

## Девета недеља (понедељак 1.12.2014. – уторак 2.12.2014.)

### • Расподела вероватноћа случајног вектора; независност случајних величина

79. Заједничка расподела случајних величина  $X$  и  $Y$  дата је у следећој табlici:

	$X = 0$	$X = 1$	$X = 2$
$Y = 0$	0.1	0	0.2
$Y = 1$	$p$	0.3	0.1

- а) Одредити вредност реалног броја  $p$ .
- б) Одредити (маргиналну) расподелу вероватноћа за случајну величину  $X$ , односно  $Y$ .
- в) Испитати да ли су  $X$  и  $Y$  независне случајне величине.
- г) Одредити расподеле вероватноћа случајних величина:  $X + Y$ ,  $XY$ ,  $X^2 + Y^2$ .
80. Изводи се низ независних бацања хомогене коцкице за игру. Нека је  $U$  број изведених бацања до (прве) појаве парног броја, а  $V$  број бацања до појаве јединице.
- а) Одредити заједничку расподелу случајног вектора  $(U, V)$ .
- б) Израчунати вероватноћу догађаја да случајна величина  $U$  узме већу вредност од случајне величине  $V$ .
81. Посматра се низ независних Бернулијевих експеримената, при чему се сваки појединачни експеримент завршава успехом са вероватноћом  $q$ ,  $0 < q < 1$ . Нека је  $S_1$  број неуспеха до реализације првог успеха, а  $S_2$  број неуспеха између реализација прва два успеха.
- а) Одредити заједничку расподелу дивидензионог случајног вектора  $(S_1, S_2)$ .
- б) Одредити:  $P\{S_2 = 3 | S_1 = 5\}$ ;  $P\{S_2 = 3 | S_1 \in \{4, 5, 6\}\}$ .
82. Регуларни новчић баца се четири пута заредом. Нека је  $T$  број палих писама, а  $R$  највећи број узастопних појављивања исхода писмо.
- а) Одредити заједничку расподелу случајног вектора  $(T, R)$ .
- б) Испитати независност случајних величина  $T$  и  $R$ .
83. Из скупа  $\{1, 2, \dots, n\}$ , где је  $n \geq 2$ , на случајан начин и истовремено бирају се два броја  $X$  и  $Y$ . Нека је  $W$  максимално „растојање“ међу одабраним бројевима.
- а) Одредити расподелу случајне величине  $W$ .
- б) Израчунати вероватноће:  $P\{1.56 < W \leq 4.52\}$ ,  $P\{W > 1.84\}$ .
84. Нека су  $Z_1$  и  $Z_2$  независне случајне величине, при чему свака од њих узима вредности  $-1$  и  $1$  са вероватноћом по  $\frac{1}{2}$ . Нека је случајна величина  $Z_3$  дефинисана са  $Z_1 Z_2 Z_3 = 1$ . Доказати да су случајне величине  $Z_1, Z_2, Z_3$  независне у паровима, али да нису потпуно независне.