Независност апсолутно непрекидних случајних величина.

Теорема. Нека су $f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_n(\cdot)$ густине расподеле вероватноћа сл. величина $X_1, X_2, \dots, X_n$ и $f : \mathbb{R}^n \to [0, +\infty)$ густина расподеле вероватноћа сл. вектора $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$. Сл. величине $X_1, X_2, \dots, X_n$ су независне ако и само ако скоро свуда у $\mathbb{R}^n$ важи једнакост

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{j=1}^{n} f_j(x_j).$$

Густина расподеле $f(\cdot)$ сл. вектора $\boldsymbol{X}$ је ненегативна функција, таква да важи:

$$P\{X_1 \le x_1, X_2 \le x_2, \dots, X_n \le x_n\} = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \cdots \int_{-\infty}^{x_n} f(t_1, t_2, \dots, t_n)\, dt_n \dots dt_2\, dt_1, \quad (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Наводимо и општије тврђење, чије су последице претходна теорема и аналогна теорема која даје потребне и довољне услове за независност дискретних сл. величина.

Теорема. Нека су $F_1(\cdot), F_2(\cdot), \dots, F_n(\cdot)$, редом, функције расподеле вероватноћа сл. величина $X_1, X_2, \dots, X_n$ и $F : \mathbb{R}^n \to [0, 1]$ функција расподеле вероватноћа сл. вектора $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$. Сл. величине $X_1, X_2, \dots, X_n$ су независне ако и само ако за сваку n-торку $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ важи једнакост

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{j=1}^{n} F_j(x_j).$$

За независне случајне величине апсолутно непрекидног типа важи 'теорема о производу'.

Теорема. Ако су X и Y произвољне независне сл. величине са коначним мат. очекивањем, онда и сл. величина XY има (коначно) мат. очекивање и важи једнакост

$$E(XY) = EX \cdot EY.$$

За случајне величине X и Y апсолутно непрекидног типа, за које постоје мат. очекивања, односно дисперзије, аналогно се, као и у дискретном случају дефинишу мере зависности:

$$\text{коваријација} \quad \operatorname{cov}(X, Y) = E(XY) - EX \cdot EY$$

$$\text{коеф. корелације} \quad \rho_{X,Y} = \frac{\operatorname{cov}(X, Y)}{\sqrt{DX \cdot DY}}$$

Ако је $\operatorname{cov}(X, Y) = 0$ онда су сл. величине X и Y некорелиране, али, у општем случају, не и независне.

Сл. величина XY представља овде функцију апсолутно непрекидног сл. вектора (X, Y). Нека је $f(\cdot, \cdot)$ густина расподеле сл. вектора (X, Y) и $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ (Борелова) функција онда је

$$E(h(X, Y)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) \cdot f(x, y)\, dx\, dy,$$

ако горњи интеграл апсолутно конвергира.