СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА 2014.

- Стање j је <u>достижно</u> из стања i ако је $p_{ij}^{(n)} > 0$, за неко $n \in \mathbb{N}$. Ознака: $i \to j$
  Заправо, стање j је достижно из стања i акко је, крећући из стања i, са позитивном вероватноћом могуће да процес икада уђе у стање j.
- Стања i и j која су достижна једно из другог, тј. $i \to j$ и $j \to i$, <u>комуницирају</u>. Ознака: $i \leftrightarrow j$
  Релација „бити у комуникацији" је релација еквиваленције.
  Последично: простор стања $\mathcal{S}$ може се разложити на класе еквиваленције.
- Ланац Маркова је <u>несводљив</u> ако је цео простор $\mathcal{S}$ једна класа еквиваленције, тј. ако сва стања међусобно комуницирају.

- За свако стање $i \in \mathcal{S}$ са f_i се означи вероватноћа да ће процес крећући из стања i икада поново ући у стање i.
  Стање i је <u>повратно</u> ако је $f_i = 1$, односно <u>пролазно</u> ако је $f_i < 1$.
  Заправо, ако је стање i је повратно, онда ће процес крећући из стања i улазити у то стање изнова и изнова − бесконачно често. Очекивани број улазака у ово стање је бесконачан.
  Ако је стање i пролазно, (и креће се из стања i) број улазака процеса у то стање имаће (обичну) геометријску расподелу $\mathcal{G}(1 - f_i)$. Очекивани број улазака у ово стање је коначан и износи $\frac{1}{1-f_i}$.
  <u>Теорема:</u> Стање i је:
  - повратно ако
  $$\sum_{n=1}^{+\infty} p_{ii}^{(n)} = +\infty$$
  - пролазно ако
  $$\sum_{n=1}^{+\infty} p_{ii}^{(n)} < +\infty$$
- Ако је $|\mathcal{S}| < +\infty$ не могу сва стања у ланцу бити пролазна, тј. бар једно од стања мора бити повратно.
- Повратност/пролазност је својство класе.
  Последично: свако стање несводљивог ланца код кога је простор стања коначан је повратно.

- Стање i има <u>период</u> d ако је $p_{ii}^{(n)} = 0$ када год n није дељиво са d и d је највећи природан број са тим својством.
  $$d = NZD\left\{n \in \mathbb{N}: p_{ii}^{(n)} > 0\right\}$$
  Ако је $d = 1$ стање је <u>апериодично</u>.
- Периодичност је својство класе.

- Ланац са коначним простором стања је <u>регуларан</u> ако је $P^n > 0$, за неки природан број n.
  Сваки регуларан ланац је несводљив.

- Позитивно повратна (стање i је <u>позитивно повратно</u> ако је, крећући из стања i, очекивано време до повратка процеса у ово стање коначно) и апериодична стања су <u>ергодична</u> стања.
  <u>Теорема:</u> Несводљив апериодичан ланац са коначним скупом стања има граничну расподелу, која је истовремено и (јединствена) стационарна расподела.

- Скуп стања $C \subseteq \mathcal{S}$ је <u>затворен</u> ако с.с. ланац не може напустити скуп C једном када уђе у тај скуп, тј. не постоји стање изван тог скупа, које је достижно из неког стања тог скупа.
  Са друге стране, у затворен скуп се може ући.
  Апсорбујуће стање је затворен скуп који се садржи само једно (то) стање.

  <u>Теорема:</u> Простор стања ланца Маркова може се декомпоновати на следећи начин:
  $$\mathcal{S} = T \cup \bigcup_{k \in \mathbb{N}} C_k$$
  где је T скуп пролазних стања, а C_k је несводљив затворен скуп који се састоји од повратних стања, за свако k.