

УВОД У СТАТИСТИКУ час 2

1. март '17.

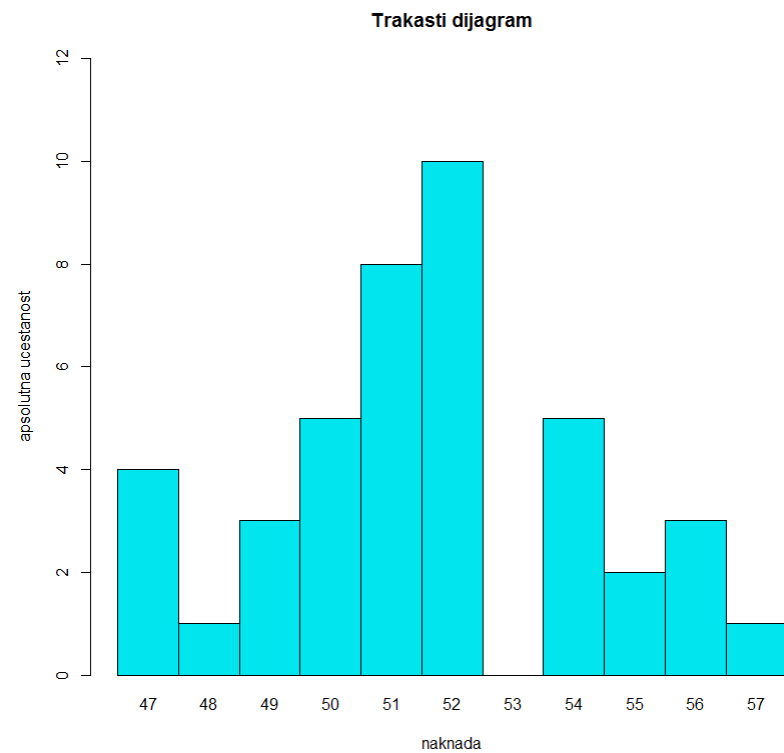
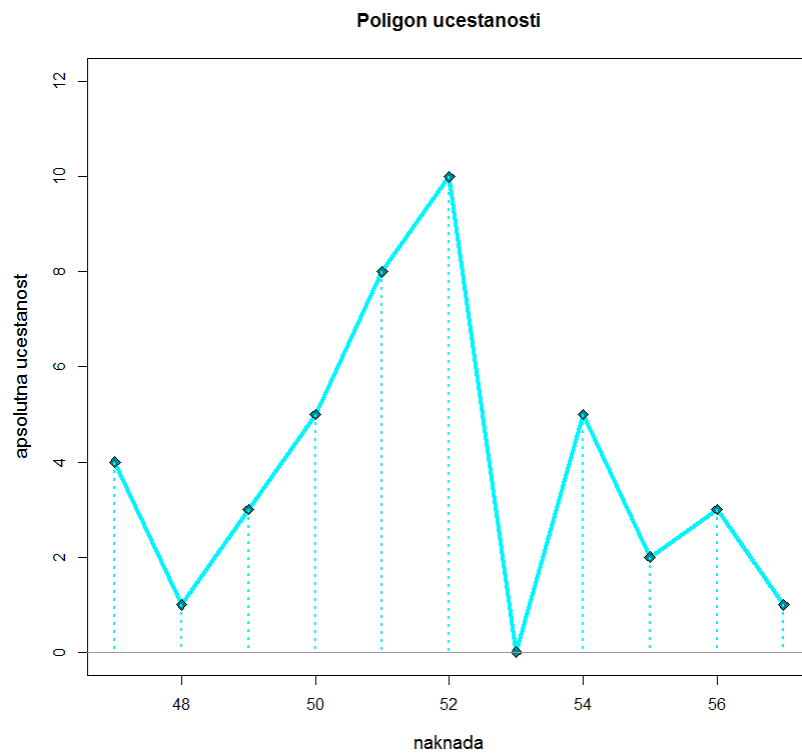
► Пример 1

Узорак: дипломирани студенти електротехнике запослени на пракси (укупно 42).

Обележје: месечна накнада за праксу (у хиљадама неке валуте, заокружена на најближи цео број).

Накнада j	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
f_j	4	1	3	5	8	10	0	5	2	3	1
f_j^*	$\frac{4}{42}$	$\frac{1}{42}$	$\frac{3}{42}$	$\frac{5}{42}$	$\frac{8}{42}$	$\frac{10}{42}$	0	$\frac{5}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{3}{42}$	$\frac{1}{42}$
$f_j^* (\approx y \%)$	9.52	2.38	7.14	11.90	19.05	23.81	0	11.90	4.76	7.14	2.38
$\sum_{i \leq j} f_j$	4	5	8	13	21	31	31	36	38	41	42
$\sum_{i \leq j} f_j^*$	$\frac{4}{42}$	$\frac{5}{42}$	$\frac{8}{42}$	$\frac{13}{42}$	$\frac{21}{42}$	$\frac{31}{42}$	$\frac{31}{42}$	$\frac{36}{42}$	$\frac{38}{42}$	$\frac{41}{42}$	1

▶ Пример 1 (наставак)



▶ Пример 2

Узорак: сијалице (укупно 200).

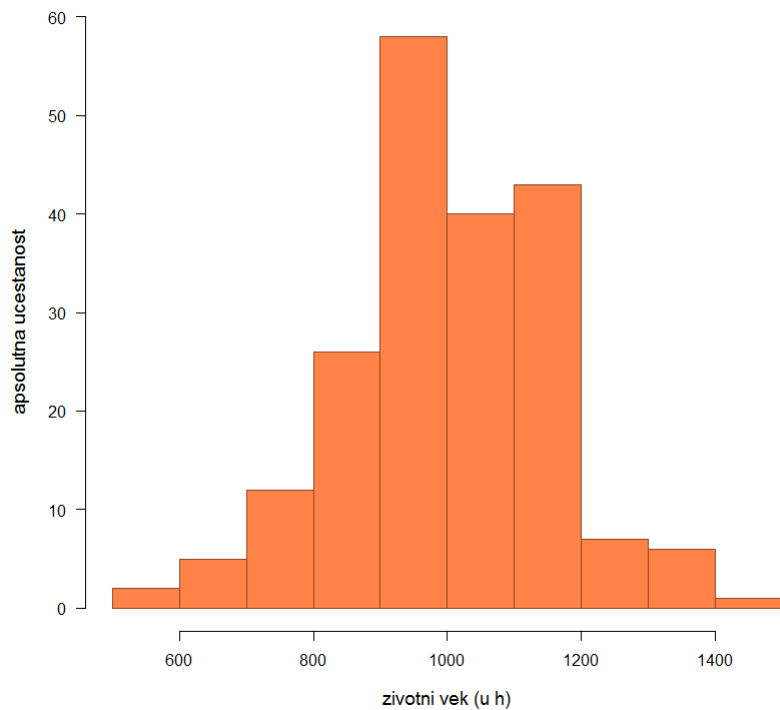
Обележје: „дужина живота“ у сатима.

1,067	919	1,196	785	1,126	936	918	1,156	920	948
855	1,092	1,162	1,170	929	950	905	972	1,035	1,045
1,157	1,195	1,195	1,340	1,122	938	970	1,237	956	1,102
1,022	978	832	1,009	1,157	1,151	1,009	765	958	902
923	1,333	811	1,217	1,085	896	958	1,311	1,037	702
521	933	928	1,153	946	858	1,071	1,069	830	1,063
930	807	954	1,063	1,002	909	1,077	1,021	1,062	1,157
999	932	1,035	944	1,049	940	1,122	1,115	833	1,320
901	1,324	818	1,250	1,203	1,078	890	1,303	1,011	1,102
996	780	900	1,106	704	621	854	1,178	1,138	951
1,187	1,067	1,118	1,037	958	760	1,101	949	992	966
824	653	980	935	878	934	910	1,058	730	980
844	814	1,103	1,000	788	1,143	935	1,069	1,170	1,067
1,037	1,151	863	990	1,035	1,112	931	970	932	904
1,026	1,147	883	867	990	1,258	1,192	922	1,150	1,091
1,039	1,083	1,040	1,289	699	1,083	880	1,029	658	912
1,023	984	856	924	801	1,122	1,292	1,116	880	1,173
1,134	932	938	1,078	1,180	1,106	1,184	954	824	529
998	996	1,133	765	775	1,105	1,081	1,171	705	1,425
610	916	1,001	895	709	860	1,110	1,149	972	1,002

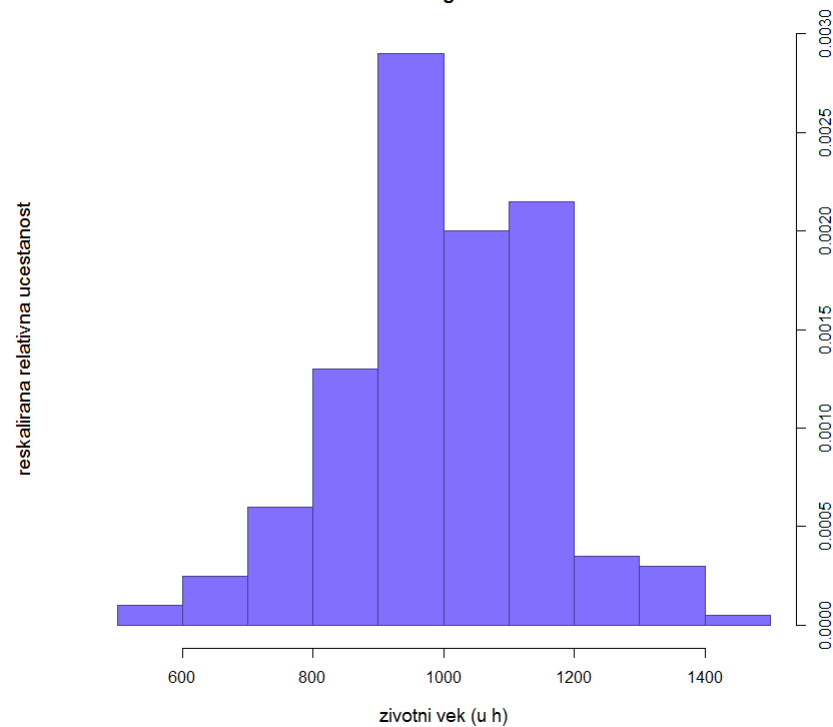
► Пример 2 (наставак)

Број сати	[500, 600)	[600, 700)	[700, 800)	[800, 900)	[900, 1000)	[1000, 1100)	[1100, 1200)	[1200, 1300)	[1300, 1400)	[1400, 1500)
f_j	2	5	12	25	58	41	43	7	6	1
f_j^*	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{29}{100}$	$\frac{41}{200}$	$\frac{43}{200}$	$\frac{7}{200}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{1}{200}$
f_j^* (y %)	1.0	2.5	6.0	12.5	29.0	20.5	21.5	3.5	3.0	0.5
$\sum_{i \leq j} f_j$	2	7	19	44	102	143	186	193	199	200
$\sum_{i \leq j} f_j^*$	0.010	0.035	0.095	0.220	0.510	0.715	0.930	0.965	0.995	1

Histogram

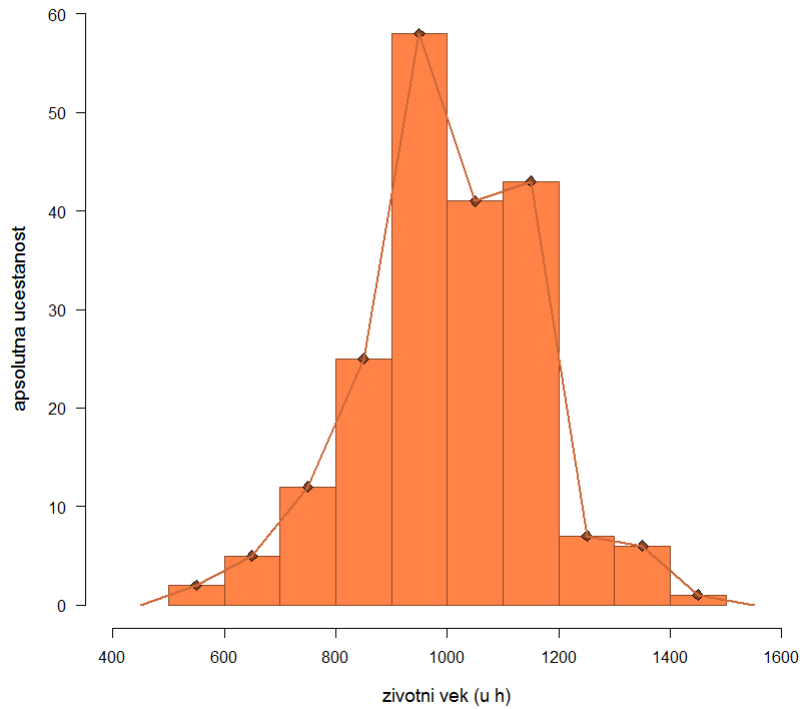


Histogram

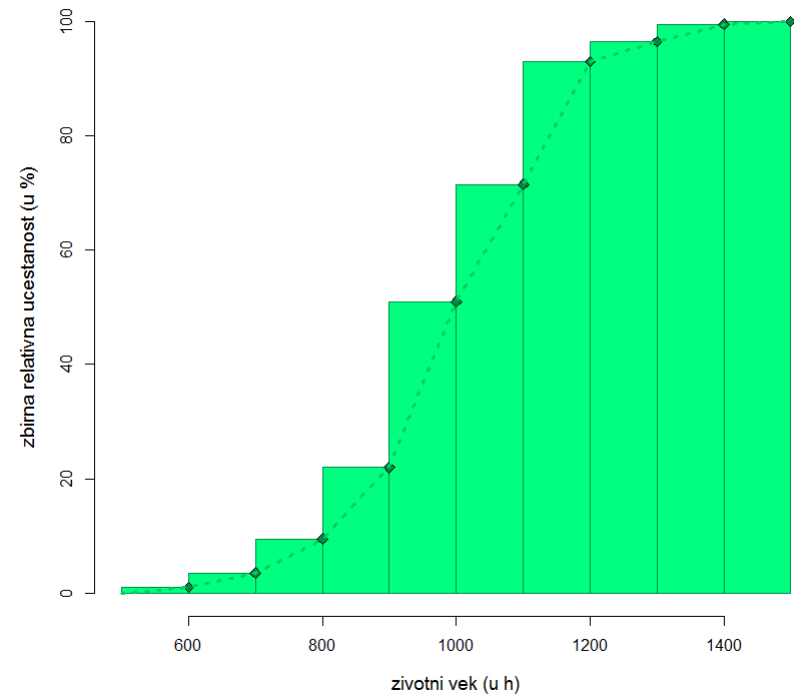


► Пример 2 (наставак)

Histogram i poligon ucestanosti



Histogram (zbirnih relativnih ucestanosti u %) i ogiva



► Пример 3

Узорак: ерупције гејзира Old Faithful, Национални парк Јелоустоун (Yellowstone, Wyoming, USA) (укупно 272).

Обележје: дужина трајања ерупције у минутима.

> `duzina.trajanja`

```
[1] 3.600 1.800 3.333 2.283 4.533 2.883 4.700 3.600 1.950 4.350 1.833 3.917 4.200 1.750 4.700 2.167 1.750 4.800 1.600
[20] 4.250 1.800 1.750 3.450 3.067 4.533 3.600 1.967 4.083 3.850 4.433 4.300 4.467 3.367 4.033 3.833 2.017 1.867 4.833
[39] 1.833 4.783 4.350 1.883 4.567 1.750 4.533 3.317 3.833 2.100 4.633 2.000 4.800 4.716 1.833 4.833 1.733 4.883 3.717
[58] 1.667 4.567 4.317 2.233 4.500 1.750 4.800 1.817 4.400 4.167 4.700 2.067 4.700 4.033 1.967 4.500 4.000 1.983 5.067
[77] 2.017 4.567 3.883 3.600 4.133 4.333 4.100 2.633 4.067 4.933 3.950 4.517 2.167 4.000 2.200 4.333 1.867 4.817 1.833
[96] 4.300 4.667 3.750 1.867 4.900 2.483 4.367 2.100 4.500 4.050 1.867 4.700 1.783 4.850 3.683 4.733 2.300 4.900 4.417
[115] 1.700 4.633 2.317 4.600 1.817 4.417 2.617 4.067 4.250 1.967 4.600 3.767 1.917 4.500 2.267 4.650 1.867 4.167 2.800
[134] 4.333 1.833 4.383 1.883 4.933 2.033 3.733 4.233 2.233 4.533 4.817 4.333 1.983 4.633 2.017 5.100 1.800 5.033 4.000
[153] 2.400 4.600 3.567 4.000 4.500 4.083 1.800 3.967 2.200 4.150 2.000 3.833 3.500 4.583 2.367 5.000 1.933 4.617 1.917
[172] 2.083 4.583 3.333 4.167 4.333 4.500 2.417 4.000 4.167 1.883 4.583 4.250 3.767 2.033 4.433 4.083 1.833 4.417 2.183
[191] 4.800 1.833 4.800 4.100 3.966 4.233 3.500 4.366 2.250 4.667 2.100 4.350 4.133 1.867 4.600 1.783 4.367 3.850 1.933
[210] 4.500 2.383 4.700 1.867 3.833 3.417 4.233 2.400 4.800 2.000 4.150 1.867 4.267 1.750 4.483 4.000 4.117 4.083 4.267
[229] 3.917 4.550 4.083 2.417 4.183 2.217 4.450 1.883 1.850 4.283 3.950 2.333 4.150 2.350 4.933 2.900 4.583 3.833 2.083
[248] 4.367 2.133 4.350 2.200 4.450 3.567 4.500 4.150 3.817 3.917 4.450 2.000 4.283 4.767 4.533 1.850 4.250 1.983 2.250
[267] 4.750 4.117 2.150 4.417 1.817 4.467
```

Дијаграм „грana-лишће“ (Stem-and-Leaf Plot)

The decimal point is 1 digit(s) to the left of the |

```
16 | 070355555588
18 | 0000222333333355777777888822335777888
20 | 000022233378800035778
22 | 0002335578023578
24 | 00228
26 | 23
28 | 080
30 | 7
32 | 2337
34 | 250077
36 | 0000823577
38 | 233333558225577
40 | 0000003357788888002233555577778
42 | 03335555778800233333555577778
44 | 0222233555778000000023333357778888
46 | 0000233357700000023578
48 | 00000022335800333
50 | 0370
```

The decimal point is 1 digit(s) to the left of the |

```
16 | 07
17 | 0355555588
18 | 00002223333333557777778888
19 | 22335777888
20 | 000022233788
21 | 0003578
22 | 0002335578
23 | 023578
24 | 00228
25 |
26 | 23
27 |
28 | 08
29 | 0
30 | 7
31 |
32 |
33 | 2337
34 | 25
35 | 0077
36 | 00008
37 | 23577
38 | 23333558
39 | 2225577
40 | 000003357788888
41 | 002233555777778
42 | 03335557788
43 | 00233333555577778
44 | 022223355578
45 | 0000000233333357778888
46 | 0000233577
47 | 0000023578
48 | 00000223358
49 | 00333
50 | 037
51 | 0
```

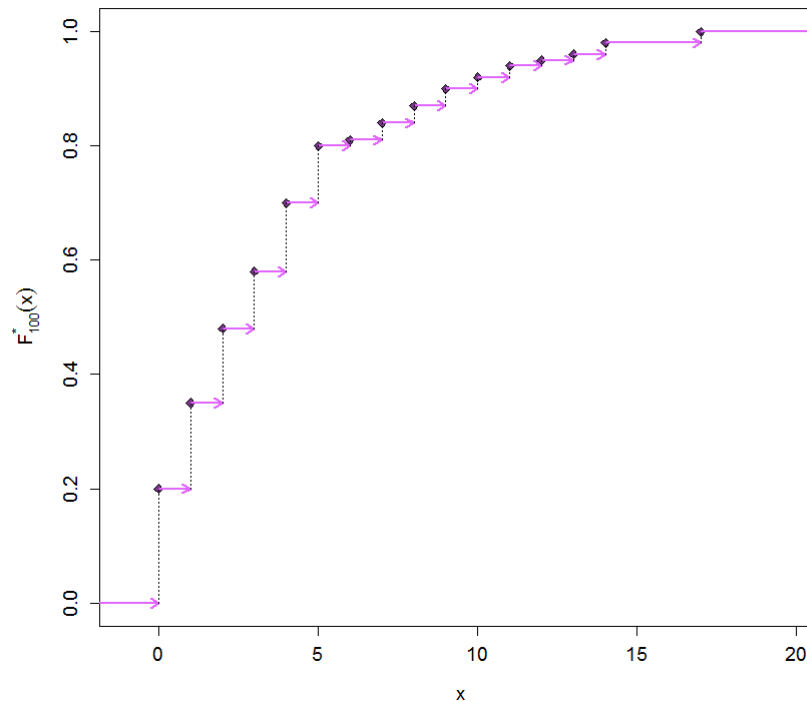
▶ Пример 4

Узорак: радници у фабрици (укупно 100).

Обележје: укупан број година рада које је радник провео на некој од руководећих позиција у фабрици.

Број година j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	17
f_j	20	15	13	10	12	10	1	3	3	3	2	2	1	1	2	2
f_j^*	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{50}$
$\sum_{i \leq j} f_i^*$	0.20	0.35	0.48	0.58	0.70	0.80	0.81	0.84	0.87	0.90	0.92	0.94	0.95	0.96	0.98	1

Empirijska funkcija raspodele



► Пример 5

Узорак: подаци о падавинама за једно место у Зимбабвеу (источна Африка) од 1905. до 1974. г.

Дводимензионо обележје: укупне годишње падавине (у *cm*) и падавине у месецу октобру (у *mm*), при чему је $1mm = 1l/m^2$.

годишње (1905-1918)	97	65	89	123	68	101	74	48	69	82	99
октобарске	284	3	5	196	0	272	61	51	71	46	2
годишње (1919-1932)	110	54	73	67	88	53	68	79	78	85	90
октобарске	3	269	125	20	205	80	5	372	79	160	183
годишње (1933-1946)	93	100	118	101	85	83	94	98	74	111	81
октобарске	127	241	23	1146	0	18	1	0	0	229	305
годишње (1947-1960)	48	99	106	80	70	59	92	81	104	71	110
октобарске	142	287	132	13	0	0	97	117	241	18	343
годишње (1961-1974)	102	76	78	114	70	75	90	78	97	96	71
октобарске	18	5	0	378	0	0	117	0	701	3	0

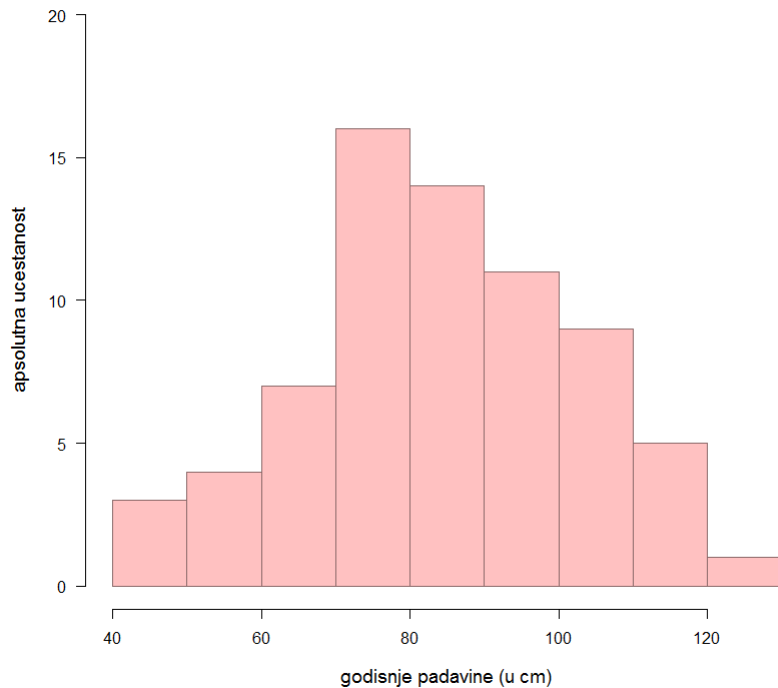
► Пример 5 (наставак)

Подаци о годишњим падавинама приказани интервално (број интервала: $1 + \log_2 70 \approx 7.129283 < k = 9 < 9.22549 \approx 5 \log_{10} 70$).

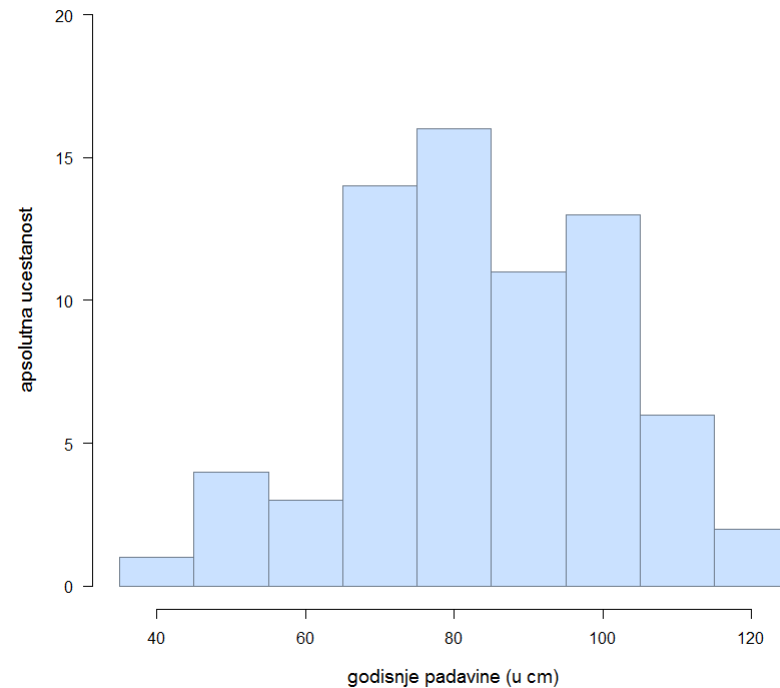
Вредности обележја крећу се у границама: 41 – 123.

Годишње падавине	[40, 50)	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100)	[100, 110)	[110, 120)	[120, 130)
f_j	3	4	7	16	14	11	9	5	1
Годишње падавине	[35, 45)	[45, 55)	[55, 65)	[65, 75)	[75, 85)	[85, 95)	[95, 105)	[105, 115)	[115, 125)
f_j	1	4	3	14	16	11	13	6	2

Histogram



Histogram



► Пример 5 (наставак)

Мере централне тенденције за податке о годишњим падавинама:

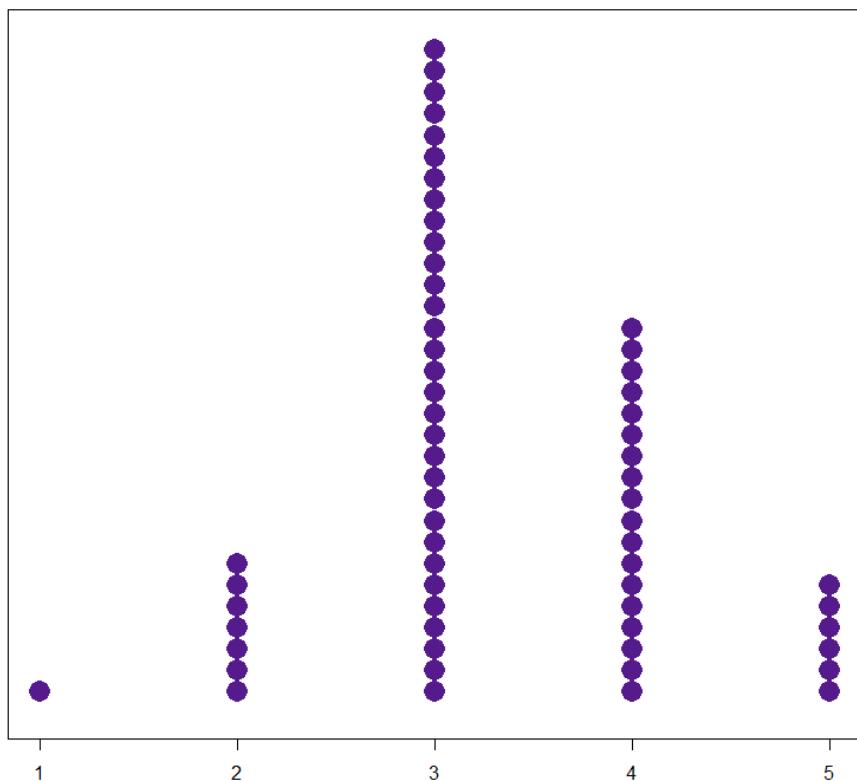
	Појединачни подаци	Подаци дати интервално (као у првој, горњој табели)
Узорачка средина	83.6	84.14
Узорачка медијана	82.5	83.57
Узорачка мода	70, 78, 101 (по три пута)	78.18

▶ Пример 6

Прост случајан узорак: студенти треће године основних студија Математичког факултета (укупно 63).

Обележје: вредновање извесног предмета – субјективна оцена (у стандардној скали од 1 до 5) тежине градива („тежина градива је у складу са значајем овог предмета за мој професионални развој“).

Dijagram sa tackama (Dotplot)



Оцена j	1	2	3	4	5
f_j	1	7	31	18	6
f_j^* ($\approx y\%$)	1.59	11.11	49.21	28.57	9.52

Мере централне тенденције:

модална класа: 3

медијанска класа: 3