

ЕЛЕМЕНТИ АКТУАРСКЕ МАТЕМАТИКЕ

Домаћи задатак

1. Нека су $N_1 = (N_1(t))_{t \geq 0}$ и $N_2 = (N_2(t))_{t \geq 0}$ независни Пуасонови процеси са интензитетима $\lambda_1, \lambda_2 > 0$, редом. Одредити вероватноћу да буде n приспећа захтева за одштетом у процесу N_1 , пре пристизања m захтева за одштетом у другом процесу, N_2 , $n, m \in \mathbb{N}$.
2. Нека је $N = (N(t))_{t \geq 0}$ Пуасонов процес са функцијом интензитета $\lambda(u)$. Претпостави се да опсервирање овог процеса почиње у случајном временском тренутку τ , који има функцију расподеле F . Нека случајна величина $N^*(t) := N(\tau + t) - N(\tau)$ представља број реализованих догађаја у процесу N у првих t јединица мерења времена од почетка опсервирања. Испитати да ли случајан процес $N^* = (N^*(t))_{t \geq 0}$ има независне прираштаје (размотрити појединачно случајеве када је N нехомоген, односно хомоген Пуасонов процес).
3. Вредност (у валути \$) штете настале у пожару је експоненцијално расподељена, са очекивањем 2500. Надлежна осигуравајућа компанија исплаћује осигуранику само онај део укупне вредности штете који прелази износ од 1000 (тј. ако је S износ штете изазване пожаром, сума новца коју осигуранику исплати осигуравајућа компанија износи $(S - 1000)^+$, где је $x^+ := \max\{x, 0\}$). Израчунати математичко очекивање и стандардно одступање количине новца (у \$) коју осигуравајућа компанија исплати по штети насталој у пожару.
4. Осигуравајућа компанија осигурава власнике станова од два типа ризика, при чему је тип 1 - ризик излива воде, а тип 2 - пожарни ризик. Захтеви за одштетом типа i пристижу у складу са Пуасоновим процесом N_i , дефинисаним на $[0, +\infty)$, $i = 1, 2$. Претпоставља се да су ова два Пуасонова процеса независна са интензитетима, редом $\lambda_1 = 10$, $\lambda_2 = 1$. Величине одштета типа 1 су независне, експоненцијално расподељене случајне величине са очекивањем \$1000, док су величине одштета типа 2, такође, независне, експоненцијално расподељене случајне величине али са очекивањем \$5000. У осигуравајућу компанију управо је стигао захтев за одштетом у износу од \$4000. Израчунати вероватноћу да је у питању захтев типа 1.
5. Нека је \tilde{N} стандардан хомоген Пуасонов процес, дефинисан на $[0, +\infty)$. Нека је T ненегативна случајна величина са математичким очекивањем a и дисперзијом b^2 ($a \in \mathbb{R}, 0 < b^2 < +\infty$), и претпоставља се да је процес \tilde{N} независан од ове случајне величине. Одредити $cov(T, \tilde{N}(T))$ и $D\tilde{N}(T)$.