

Анализа 2а јануарски рок Л смер 19.01.2013.

1. Дата је функција f дефинисана са:

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{(x-3)^2 + (x+3)^2} + x \sin \frac{y}{x^2+y^2}}{3\sqrt{2}} & (x, y) \neq (0, 0), \\ & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Испитати диференцијабилност функције f на \mathbb{R}^2 .
- Испитати равномерну непрекидност функције f на \mathbb{R}^2 .

2. Израчунати запремину тела T ограниченог површима задатим са:

$$z = x^2 + y^2 \quad y = x^2 \quad z = 0 \quad y = 2.$$

Ако је дато пресликавање:

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad f(x, y, z) = (x + y + z, y^2 - z, 5z)$$

одредити и запремину тела $f(T)$.

3. Дата је функција:

$$f : D \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x, y) = (x + 3y)e^{-x-4y}$$

где је домен D одређен са:

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Одредити слику домена D .

4. *Дат је метрички простор (X, d) , где је:

$$X = \{0\} \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad d(x, y) = |x - y|.$$

Ако је $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ произвољан реални низ доказати да су еквивалентна тврђења:

•

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$$

- Функција дефинисана са:

$$f : X \rightarrow \mathbb{R} \quad f\left(\frac{1}{n}\right) = a_n \quad f(0) = A$$

је непрекидна.

5. *Показати да не постоји непрекидна контракција компактног метричког простора на себе.

Ради се тачно један од изборних задатака 4 и 5.