1. Одредити реалан број А тако да буде непрекидно пресликавање f задато са:

$$f : R^2 \to R \qquad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y^2-2y^4}{\sqrt{x^2+y^4}} \left| \sin\left(x^2+y^2\right) \right| & (x,y) \neq (0,0), \\ A & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Да ли је за овако изабрано A пресликавање f и диференцијабилно.

2. Одредити запремину тела ограниченог са:

$$x^2 - y^2 = 1 \qquad x^2 - y^2 = 4 \qquad \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \qquad \frac{x^2}{4} + y^2 = 4$$

$$z = 0 \qquad z = \frac{xy}{x^2+y^2}$$

3. Дато је пресликавање:

$$f : R^3 \to R \qquad f(x,y,z) = x^2 + \frac{1}{2}y^2 + z^2.$$

Површ S је дефинисана са:

$$S = f^{-1}\left(\{22\}\right).$$

Нека је раван π тангентна на површ S у тачки у којој функција:

$$g : S \to R \qquad g(x,y,z) = 2x + y + 4z$$

достиже максимум. Одредити тачке са елипсоида:

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}y^2 + z^2 = 81$$

које су најближе и најудаљеније од равни π.

4. Дато је пресликавање:

$$l : R^2 \times R^2 \to R \qquad l((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = \begin{cases} |y_1 - y_2| & x_1 = x_2, \\ |y_1| + |y_2| + |x_1 - x_2| & x_1 \neq x_2. \end{cases}$$

   (а) Доказати да l задаје метрику на R^2.

   (б) Описати кугле полупречника 3 са центрима $(0,0)$ и $(1,1)$.

   (ц) Да ли је овако задата метрика еквивалентна Еуклидској метрици на R^2.

   (д) Ако са е означимо Еуклидску метрику испитати непрекидност пресликавања:

$$f : (R^2, l) \to (R^2, e) \qquad f(x) = x$$

$$g : (R^2, e) \to (R^2, l) \qquad g(x) = x$$

5. Испитати комплетност простора:

   (а)

$$A = \left\{ f \in C\,[0,1] \;\middle|\; f(0) = 0 \right\}$$

   (б)

$$B = \left\{ f \in C\,[0,1] \;\middle|\; f(0) > 0 \right\}$$