

## Анализа 2а јунски рок 30.05.2013.

1. Дата је површ:

$$S = \{(x, y, z) \in R^3 \mid a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = R^2, \quad x > 0, y > 0, z > 0\}.$$

Одредити, или показати да не постоје, тачке на површи у којима тангентна равна на површ са координатним равнима гради тетраедар максималне и минималне запремине.

2. Одредити запремину тела одређеног са:

$$T = \{(x, y, z) \in R^3 \mid 3x^2 + 3y^2 + z^2 \geq 6, \quad 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 \leq 24, \quad z^2 \geq 3x^2 + 3y^2\}.$$

3. Дати су подскупови  $C[0, 1]$ :

$$A = \left\{ f \in C[0, 1] \mid f\left(\frac{1}{2}\right) \geq f\left(\frac{1}{4}\right) \right\} \quad B = \left\{ f \in C[0, 1] \mid f\left(\frac{1}{2}\right) > f\left(\frac{1}{4}\right) \right\}$$
$$C = \left\{ f \in C[0, 1] \mid f\left(\frac{1}{2}\right) < f\left(\frac{1}{4}\right) \right\}$$

Испитати повезаност и путну повезаност скупова  $A \cup C$  и  $B \cup C$ .

4. Пресликавање  $f : R^2 \rightarrow R^2$  је дефинисано са:

$$f(x, y) = (u(x, y), v(x, y)),$$

где су  $u$  и  $v$  непрекидно диференцијабилна пресликавања из  $R^2$  у  $R$ , која задовољавају:

$$(\forall (x, y) \in R^2) \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) \frac{\partial v}{\partial x}(x, y) - \frac{\partial v}{\partial y}(x, y) \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) < 0$$

- (а) Доказати да је  $f$  инјекција.
- (б) Испитати да ли је  $f$  регуларно.
- (ц) Одредити парцијалне изводе инверзног пресликавања.

5. Дато је непрекидно пресликавање  $g : \{x \in R^2 \mid \|x\| = 1\} \rightarrow R$  које задовољава:

$$g(0, 1) = g(1, 0) = 0 \quad g(-x) = g(x),$$

и пресликавање  $f : R^2 \rightarrow R$ :

$$f(x) = \|x\| g\left(\frac{x}{\|x\|}\right).$$

- (а) Да ли  $f$  може да се додефинише до пресликавања  $\tilde{f}$  непрекидног на  $R^2$ ?
- (б) Испитати диференцијабилност пресликавања:
$$l : R \rightarrow R \quad l(t) = f(tx), \quad x \in R^2.$$
- (ц) Испитати диференцијабилност пресликавања  $\tilde{f}$  у тачки  $(0, 0)$ .

Ради се један од изборних задатака 3 и 4.